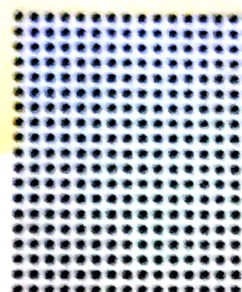
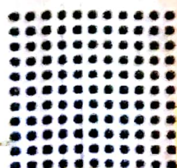
I. L. KORCINSKI



șarcini seismice în construcții



EDITURA TEHNICĂ

SOCIETATEA TEHNICO-ȘTIINȚIFICĂ PENTRU INDUSTRIA CONSTRUCȚIILOR DIN U. R. S. S.

Hunedoara
Februarie 1961

I. L. KORCINSKI
Doctor în științe tehnice, profesor

SARCINI SEISMICE ÎN CONSTRUCȚII

ÎNDRUMĂTOR PENTRU APLICAREA METODEI DE CALCUL AL CONSTRUCȚIILOR LA SOLICITĂRI SEISMICE

TRADUCERE DIN LIMBA RUSĂ



EDITURA TEHNICĂ
BUCUREȘTI — 1961

Lucrarea constituie un îndrumător pentru aplicarea noii metode de calcul al clădirilor și construcțiilor la solicitări seismice.

În lucrarea de față se expun considerațiile care stau la baza noii metode de calcul a construcțiilor la solicitări seismice și recomandările privind determinarea sarcinilor seismice pentru cele mai răspîndite tipuri de construcții. Pe baza acestor date se face o comparație între comportarea efectivă a clădirilor supuse la cutremure și rezultatele calculului lor prin metoda expusă.

La sfîrșitul lucrării se dă o serie de exemple de calcul.

Lucrarea se adresează în special inginerilor constructori care se ocupă cu proiectarea clădirilor și construcțiilor din regiunile supuse acțiunii cutremurelor.

Научно-техническое общество строительной индустрии СССР

И. Л. КОРЧИНСКИЙ

СЕЙСМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ НА ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

Госстройиздат

PREFAȚĂ

Trecerea la calculul construcțiilor prin metoda stărilor limită și revizuirea normativelor privitoare la toate tipurile de construcții, impusă de aceasta, a făcut necesară și revizuirea „Instrucțiunilor privitoare la construcțiile în regiunile seismice" (PSP-101-51) [2] [1], *în special în partea care se referă la calculul la sarcini seismice. Aplicarea valorilor sarcinilor seismice determinate conform PSP-101-51 la calculul prin metoda stărilor limită, cînd în locul valorilor rezistențelor admisibile se folosesc valorile rezistențelor de rupere, ar fi dus la o reducere a siguranței pe care o prezintă clădirile și construcțiile care se execută în regiunile supuse acțiunii cutremurelor.*

Calea cea mai simplă pentru păstrarea aceluiași coeficient de siguranță al construcțiilor, care se execută în regiunile seismice, ar fi fost o oarecare majorare a sarcinilor seismice de calcul conform cu sporirea rezistențelor de rupere în comparație cu rezistențele admisibile folosite anterior. O astfel de majorare a forțelor seismice de calcul ar fi fost analogă cu coeficienții de supraîncărcare adoptați în prezent în „Normele și regulile de construcție" (SN și P). Această cale ar fi fost însă logică numai cu condiția ca construcțiile executate conform PSP-101-51 să prezinte un grad de siguranță suficient și să fie raționale din punct de vedere economic. Experiența cutremurelor nu justifică însă o astfel de ipoteză și în consecință nici această cale simplă nu este rațională. Numeroase clădiri, calculate la sarcini seismice conform PSP-101-51 s-au dovedit a fi insuficient de rezistente.

---

[1]) Aici, ca și în cele ce urmează, cifrele dintre parantezele drepte indică sursa bibliografică.

O altă orientare în rezolvarea acestei probleme ar putea consta în îmbunătățirea exactității metodei folosite în prezent pentru determinarea sarcinilor seismice care acționează asupra clădirilor și construcțiilor; în modul acesta s-ar putea încerca să se mărească siguranța pe care o prezintă clădirile și construcțiile care se proiectează pentru regiunile supuse acțiunii cutremurelor. Această cale a fost adoptată de către Institutul central de cercetări științifice pentru construcții al Academiei de construcții și arhitectură al U.R.S.S., cu ocazia revizuirii „Instrucțiunilor privitoare la construcțiile în regiunile seismice".

In lucrarea de față se expune un procedeu de determinare a sarcinilor seismice care acționează asupra clădirilor și construcțiilor (cu excepția construcțiilor hidrotehnice și a celor de pe căile de comunicație), adoptat în „Normele și regulile de construcție în regiunile seismice" (SN-8-57), fundamentarea acestui procedeu și ilustrarea prin exemple. Acest nou procedeu de determinare a sarcinilor, bazat pe calculul dinamic al construcțiilor, a fost discutat și aprobat în cadrul consfătuirii privitoare la construcțiile seismice, organizată la Tașkent de către Societatea tehnico-științifică pentru industria construcțiilor din U.R.S.S., în octombrie 1956.

Cartea a fost editată sub îngrijirea conducerii centrale a Societății tehnico-științifice pentru industria construcțiilor din U.R.S.S., ca îndreptar pentru proiectarea clădirilor și construcțiilor care se execută în regiunile seismice. Redactarea a fost făcută de către M. F. Kovalciuk.

CONDUCEREA CENTRALĂ A SOCIETĂȚII
TEHNICO-ȘTIINȚIFICE PENTRU INDUSTRIA
CONSTRUCȚIILOR DIN U.R.S.S.

1. PRINCIPII FUNDAMENTALE

După cum se ştie, deplasările solului care se produc în timpul cutremurului sînt o consecinţă a oscilaţiilor scoarţei pămîntului, generate fie de fenomene de natură vulcanică, fie de surpările sau ruperile straturilor de adîncime ale pămîntului.

Din centrul în care s-au produs unul sau mai multe fenomene de acest fel, se propagă în toate direcţiile aşa-numitele unde seismice de adîncime, care ajungînd la suprafaţa pămîntului generează un nou tip de unde, care se propagă pe suprafaţa pămîntului.

Undele de suprafaţă au o viteză mai mică şi o lungime mai mare decît cele de adîncime. Amplitudinile oscilaţiilor undelor de suprafaţă, în mod obişnuit, depăşesc considerabil amplitudinile undelor de adîncime, a căror zonă de propagare este în acelaşi timp nu prea mare şi se limitează numai la domeniul situat imediat deasupra epicentrului [6], [15]; pe suprafaţa pămîntului, pe măsura depărtării de epicentru, un rol predominant revine undelor de suprafaţă.

Undele de suprafaţă produc oscilaţiile solului, atît în direcţie verticală, cît şi orizontală. Totuşi, o dată cu creşterea distanţei de la epicentru, componenta orizontală a amplitudinii oscilaţiilor acestor unde prevalează din ce în ce mai mult faţă de componenta verticală şi capătă un rol mai mare.

Astfel, pentru majoritatea construcţiilor situate în regiunile seismice, cele mai periculoase sînt oscilaţiile orizontale ale solului, produse de trecerea undelor seismice de suprafaţă.

Prezentarea schematică a oscilaţiilor făcută mai înainte, în realitate este mult mai complicată datorită influenţei

unei serii întregi de factori legați de fenomenele de reflexie, refracție, amortizare și suprapunere reciprocă a diferitelor unde, care trec cu viteze și frecvențe diferite. Toate acestea arată că procesul oscilațiilor scoarței pămîntului este foarte complicat și nu poate fi prins în nici un fel de forme matematice precise (fig. 1), fiind caracterizat în consecință de către unii autori ca un proces „haotic".

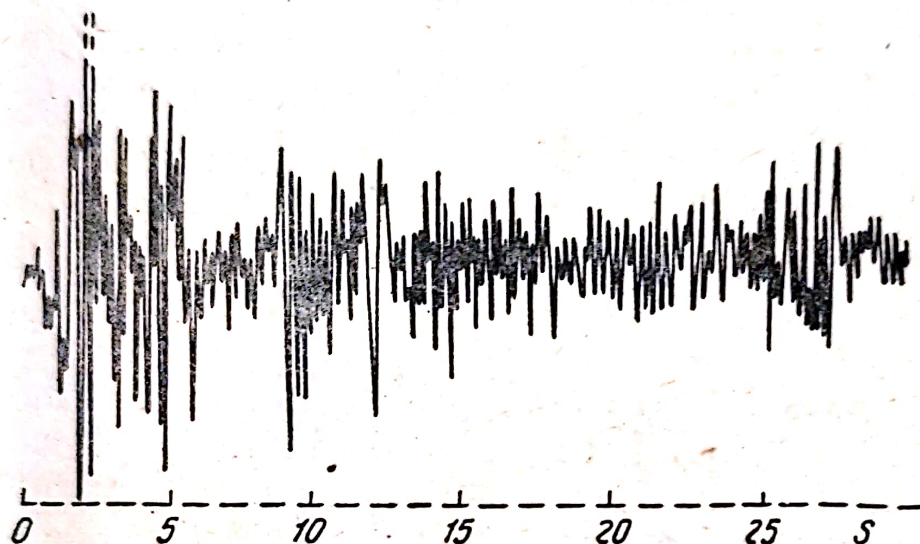


Fig. 1. Seismogramă.

O consecință firească a acestei concluzii a fost faptul că un timp îndelungat s-a renunțat aproape pretutindeni la o tratare temeinică a calculului practic al construcțiilor la solicitări seismice, care să oglindească cel puțin calitativ fenomenele reale și s-a adoptat așa-numita „teorie statică" de calcul.

Propunerea făcută de către K. S. Zavriev și A. G. Nazarov, de a se trece la teoria dinamică de calcul a construcțiilor supuse la solicitări seismice [4], bazată pe ipoteza că oscilațiile pămîntului se produc după o lege armonică (cosinusoidală), nu a căpătat răspîndire, cu toate că oglindea mai bine aspectul real al solicitărilor seismice.

Ulterior, A. G. Nazarov [11] a expus considerațiile sale privind o tratare complet nouă, experimentală, dacă ne putem exprima astfel, a calculului construcțiilor la solicitări seismice. Ideea acestei metode, expusă în lucrarea lui M. A. Biot [18], constă din urmărirea experimentală și determinarea efectului maxim pe care îl produc cutremurele

asupra unor sisteme elastice simple care modelează construcțiile reale prin caracteristicile lor de frecvență și cele de amortizare. Principial, această metodă fără îndoială este extrem de atrăgătoare.

Totuși, din punct de vedere practic, o astfel de metodă nu poate fi utilizată în prezent, deoarece este limpede că aplicarea ei este posibilă numai după acumularea datelor experimentale privitoare la efectele seismice asupra unui mare număr de modele dinamice, sub acțiunea unei serii întregi de cutremure. Intrucît lucrările de construcții din regiunile seismice nu pot fi amînate pînă la acumularea acestor date, paralel cu cercetările privind culegerea de date experimentale este necesar să se caute și alte căi pentru rezolvarea problemei alegerii schemei de calcul pentru solicitarea seismică.

Analiza seismogramelor arată că, pentru interpretarea matematică a deplasării solului în timpul cutremurului, se poate adopta o lege care să exprime acțiunea globală a unei serii de curbe armonice amortizate, adică

$$y_0 = \sum_{1}^{n} a_0 e^{-\varepsilon_0 t} \sin(\omega t + \gamma), \tag{1}$$

unde: y_0 este deplasarea solului;

a_0 — amplitudinea inițială a componentei corespunzătoare a seriei;

ε_0 — coeficientul de amortizare al oscilațiilor pămîntului;

ω — frecvența oscilațiilor componentei corespunzătoare a seriei;

γ — unghiul care definește momentul sosirii componentei corespunzătoare a seriei;

t — timpul.

După cum se știe, acțiunea globală a unor astfel de curbe armonice cu diferiți parametri (adică cu diferite amplitudini inițiale a_0, frecvențe ω, coeficienți de amortizare a oscilațiilor ε_0, care intră în acțiune la diferite valori ale timpului t), poate produce deplasări foarte variate ale pămîntului, care practic pot fi exprimate printr-o lege de

mişcare oarecare. Pe lîngă aceasta, adoptarea unei astfel de legi a mişcării solului, legată de variaţia bruscă a vitezei de la zero pînă la o valoare finită oarecare $a_0\omega$ în momentul sosirii componentei corespunzătoare a seriei (1), concordă bine cu noţiunea de sursă impulsivă a oscilaţiilor ceea ce de asemenea poate fi considerat firesc pentru descrierea fenomenelor seismice.

De remarcat că H. P. Berlage a propus, se pare, o expresie mai potrivită pentru legea de mişcare a solului în timpul cutremurului şi care exprimă într-un chip mai apropiat de realitate momentul iniţial al mişcării [10] şi anume:

$$y_0 = a_0 t e^{-\varepsilon_0 t} \sin \omega t. \tag{2}$$

In acest caz, în momentul iniţial, atît deplasarea cît şi viteza sînt egale cu zero, în timp ce conform cu ecuaţia (1) mişcarea solului capătă viteză instantaneu.

Totuşi, din punct de vedere practic, expresia (1) prezintă avantajul că este mai simplă, iar pe de altă parte, aşa cum se va vedea din cele ce urmează, dezavantajul amintit că viteza se aplică instantaneu poate avea o influenţă hotărîtoare asupra rezultatelor calculului numai într-un domeniu puţin probabil, şi anume acela al sistemelor cu o rigiditate deosebită. De aceea, în lucrarea de faţă, la elaborarea metodei practice de calcul a construcţiilor la solicitări seismice, s-a adoptat totuşi expresia (1) fiind mai simplă. Acest lucru este cu atît mai raţional, cu cît de aici înainte îmbunătăţirea metodelor de calcul din punct de vedere al exactităţii acestora, fără îndoială că trebuie să se bazeze nu pe anumite raţionamente, ci pe date experimentale analoge cu cele obţinute de Biot, în studiile făcute de acesta asupra seismogramelor cutremurelor [18].

Din punct de vedere al acţiunii sarcinilor asupra construcţiei, caracteristica cea mai expresivă a intensităţii cutremurului o constituie acceleraţia solului, care conform ecuaţiei (1) se exprimă prin relaţia

$$y_0'' = -\sum_{1}^{n} a_0 (\omega^2 + \varepsilon_0^2)\, e^{-\varepsilon_0 t} \sin(\omega t + \gamma + \varphi_0), \tag{3}$$

unde

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{2 \varepsilon_0 \omega}{\omega^2 - \varepsilon_0^2}.$$

Intrucît în cazul parametrilor reali ai oscilaţiilor terenului în timpul cutremurelor, ε_0 este mic în comparaţie cu ω, rezultă că

$$\operatorname{tg} \varphi_0 \approx 0$$

şi

$$y_0'' \approx - \sum_1^n a_0 \omega^2 e^{-\varepsilon_0 t} \sin (\omega t + \gamma). \qquad (3')$$

Pentru utilizarea practică a legii de mişcare a solului adoptate mai sus, la calculul construcţiilor la solicitări seismice, este necesară cunoaşterea valorilor parametrilor pe care le pot avea componentele ecuaţiei (1). In acest scop a fost prelucrat un număr de seismograme ale cutremurelor reale, înregistrate de către observatoarele seismice în diferite puncte ale U.R.S.S., însă la cutremure foarte slabe. Acest din urmă fapt a fost impus deoarece în cazul unor şocuri mai puternice, vibrogramele deveneau cu totul inacceptabile pentru prelucrare, datorită scării mari la care trebuia făcută mărirea şi datorită vitezei de mişcare reduse a benzilor aparatelor.

Rezultatele prelucrării au arătat că parametrii care caracterizează ecuaţiile (1) şi (3) se încadrează în intervale de valori numerice destul de strînse şi anume: perioadele oscilaţiilor $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ale suprafeţei pămîntului, care corespund acceleraţiilor maxime (la seismogramele prelucrate), au variat de la 0,25 la 0,75 s, iar valorile medii ale decremenţilor amortizării $\varepsilon_0 T$ — mărimi întrucîtva mai stabile decît coeficienţii de amortizare — au fost egale cu $\approx 0{,}1$.

Astfel, pe baza celor expuse, ca premiză a calculului construcţiilor la solicitări seismice, este logic să se admită că mişcarea pămîntului se produce după legea exprimată prin ecuaţia (1), în care valorile lui $\frac{2\pi\varepsilon_0}{\omega}$ sînt constante în toţi termenii, iar valorile lui ω pot fi arbitrare între anumite limite $\omega_1 - \omega_2$.

Totuşi, chiar cu aceste premize, calculul construcţiilor reale la solicitări seismice, va fi nu numai extrem de complicat, dar şi neprecis, deoarece sumele (1) şi (3) se compun dintr-un număr nedeterminat de termeni. De aceea, utilizarea practică a ecuaţiilor (1) şi (3) necesită alte simplificări ale premizelor de calcul.

Dacă s-ar presupune că toţi termenii sumei (3) pot avea acceleraţii iniţiale egale ca valoare (adică $\approx a_0\omega^2$) şi caracteristici de amortizare egale, însă frecvenţe diferite, este evident că efectul maxim asupra sistemului cu un singur grad de libertate îl va avea acea armonică, a cărei frecvenţă ω_i va fi egală sau va fi imediat apropiată de frecvenţa oscilaţiilor proprii ale sistemului considerat (p). Ţinînd seama de acest lucru rezultă că într-o primă aproximare a schemei de calcul simplificate a fenomenului seismic, cel mai corect este să se considere numai acţiunea unui singur termen al sumei (3) asupra construcţiei; trebuie ales însă acel termen al cărui efect este maxim.

Astfel, calculul practic la solicitări seismice se reduce la determinarea eforturilor şi deformaţiilor care se produc în construcţie, sub acţiunea unei singure sinusoide amortizate, a cărei frecvenţă însă poate avea valori diferite (între anumite limite), adică:

$$y_0 = a_0 e^{-\varepsilon_0 t}\sin\omega t. \qquad (1')$$

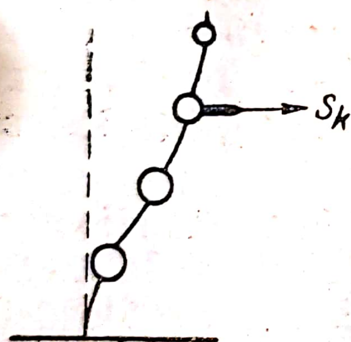


Fig. 2. Schema de calcul a sistemului care oscilează.

Studiile făcute asupra oscilaţiilor sistemelor cu mai multe grade de libertate sub acţiunea deplasării terenului de fundaţie cu o acceleraţie care poate fi exprimată prin ecuaţia (3) arată [8] că efortul S_k care se naşte într-un punct oarecare k, al sistemului considerat (fig. 2) se poate exprima sub forma:

$$S_k = \frac{a_0\omega^2}{g}\sum_1^n \frac{X_i(x_k)\sum_1^n Q_j X_i(x_j)}{\sum_1^n Q_j X_i^2(x_j)} \cdot \frac{1}{B_i}\Big[e^{-\varepsilon_0 t}\sin(\omega t+\alpha_{0i}) - C_i e^{-\frac{\psi}{4\pi}p_{si}t}\sin(p_{si}t+\varphi_i)\Big] Q_k, \qquad (4)$$

unde $X_i(x_k)$ și $X_i(x_j)$ sînt deplasările sistemului în timpul oscilațiilor sale libere, după direcția principală a i-a respectiv în punctul considerat k, și în toate punctele j, adică în punctele care corespund poziției sarcinilor în schema de calcul adoptată (fig. 2) pentru construcție;

Q_k și Q_j — greutățile maselor în punctul k și respectiv în toate punctele j ale sistemului;

n este numărul de grade de libertate al sistemului, adică numărul punctelor de aplicație ale sarcinilor Q;

g — accelerația gravitației;

$\frac{1}{B_i}\left[e^{-\varepsilon_0 t}\sin(\omega t+\alpha_{0i})-C_i e^{-\frac{\psi}{4\pi}p_{\varepsilon i}t}\sin(p_{\varepsilon i}t+\varphi_i)\right]=\beta_i$ este factorul care variază cu timpul t, și depinde de frecvențele oscilațiilor libere (după direcția a i-a) și forțate ale sistemului, precum și de caracteristicile de amortizare a oscilațiilor construcției (ψ) și terenului, (ε_0) în timpul cutremurului.

In expresia (4) a lui S_k, pe lîngă mărimea Q_k există trei factori caracteristici. Primul dintre aceștia

$$\frac{a_0\omega^2}{g} \tag{5}$$

nu depinde de parametrii sistemului considerat și reprezintă raportul dintre accelerația maximă ce se naște la nivelul terenului de fundație care se deplasează și accelerația gravitației.

Prin urmare, acest factor trebuie să caracterizeze intensitatea cutremurului și în consecință să corespundă coeficientului k_s, care definește gradul de seismicitate al regiunii.

Factorul al doilea

$$\frac{X_i(x_k)\sum_{1}^{n} Q_j X_i(x_j)}{\sum_{1}^{n} Q_j X_i^2(x_j)} = \eta_i \qquad (6)$$

depinde direct numai de forma oscilaţiilor sistemului şi de poziţia maselor. Rapoartele dintre frecvenţele oscilaţiilor proprii şi cele forţate, aici ca şi în cazul primului factor, nu au influenţă. In cele ce urmează, vom conveni ca factorul η să fie numit corecţie a formei oscilaţiilor. La sistemele cu mai multe grade de libertate coeficientul η are mai multe valori.

In fine, factorul al treilea

$$\frac{1}{B_i}\left[e^{-\varepsilon_0 t}\sin(\omega t+\alpha_{0i}) - C_i e^{-\frac{\psi}{4\pi}p_{\varepsilon i}t}\sin(p_{\varepsilon i}t+\varphi_i)\right] = \beta_i \qquad (7)$$

depinde, în primul rînd, de raportul dintre frecvenţele ω şi p_i şi caracterizează efectul dinamic al acţiunii deplasării terenului de fundaţie asupra construcţiei. De aceea, vom numi factorul β coeficient dinamic.

Ţinînd seama de cele arătate mai înainte, valoarea forţei seismice, care acţionează în punctul k, se va scrie astfel:

$$S_{ki} = k_s \sum_{1}^{n} \eta_{ik}\beta_i Q_k . \qquad (8)$$

Intrucît anumiţi termeni ai ecuaţiei (8) variază conatinuu în timp şi fiecare dintre aceştia ajunge la valoaresa maximă la valori diferite ale timpului, care depind de raportul dintre caracteristicile frecvenţelor oscilaţiilor proprii şi forţate ale sistemului (care pe lîngă aceasta nici nu pot fi prevăzute) determinarea lui S_k, ţinînd seama de fiecare termen, este extrem de dificilă. Pe de altă parte, schema de calcul adoptată pentru oscilaţiile seismice ale solului este foarte simplificată şi evident nu se poate pretinde o exactitate mare nici în cazul unor calcule dintre cele mai migăloase. De aceea, pentru nevoile practice se

pare că este mai rațional să nu se urmărească determinarea lui S_k ca sumă a tuturor termenilor, ci să se treacă la examinarea separată a deplasărilor și eforturilor maxime posibile, după fiecare direcție principală în parte. Cu alte cuvinte, fiecare sistem trebuie calculat la cîteva combinații de sarcini seismice, cînd într-un același punct k, valorile forței S_k vor fi diferite și anume:

$$S_{k1} = k_s \eta_{k1} \beta_1 Q_k;$$
$$S_{k2} = k_s \eta_{k2} \beta_2 Q_k;$$
$$\ldots\ldots\ldots \tag{8'}$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$S_{kn} = k_s \eta_{kn} \beta_n Q_k.$$

Trecem acum la evaluarea cantitativă a valorii coeficientului dinamic β.

2. COEFICIENTUL DINAMIC β ȘI ANALIZA ACESTUIA

Așa cum s-a amintit mai sus, prelucrarea seismogramelor a dovedit că valorile medii ale decremenților amortizării $\varepsilon_0 T$ sînt egale cu $\approx 0,1$. Plecînd de la această valoare și luînd mărimea $\frac{\psi}{2\pi}$ (care definește amortizarea oscilațiilor construcției) egală cu 0,1, ceea ce corespunde aproximativ amortizării oscilațiilor clădirilor pe schelet de beton armat și celor de zidărie, au fost calculate valorile maxime ale lui β pentru diferite rapoarte dintre frecvențele p ale oscilațiilor proprii și frecvențele ω ale oscilațiilor forțate ale sistemului. Amintim totodată, că pentru diferite rapoarte $\frac{p}{\omega}$ valoarea lui β ajunge la valori maxime la diferite valori ale timpului t. Rezultatele acestor calcule se dau în diagrama [1]) din fig. 3, *a*.

---

[1]) Se atrage atenția că diagrama lui β din fig 3, *a*, a fost construită într-o formă întrucîtva neobișnuită: pe axa absciselor nu s-a luat, așa cum se obișnuiește $\frac{\omega}{p}$, ci inversul acestei mărimi $\frac{p}{\omega}$.

Această diagramă este foarte asemănătoare ca aspect cu curba de rezonanţă obişnuită a oscilaţiilor forţate, cînd variază frecvenţa sarcinii. Totuşi, ordonatele diagramei β diferă fundamental de aceasta şi astfel pentru $p=\omega$ ele reprezintă $0{,}586 \approx 0{,}6$ din valoarea care corespunde regimului staţionar. Valorile obţinute pentru ordonatele β corespund doar valorilor lui $\varepsilon_0 T$ şi $\frac{\psi}{2\pi}$ folosite în calcule şi odată cu variaţia acestor parametri valorile lui β vor varia la rîndul lor.

Astfel, dacă un şoc seismic real ar produce numai oscilaţii ale solului cu o singură frecvenţă şi dacă acestor oscilaţii cu o singură frecvenţă le-ar corespunde o acceleraţie maximă, egală cu $a_0\omega^2$, coeficientul dinamic al unui astfel de şoc aplicat unei construcţii cu o frecvenţă a oscilaţiilor proprii $p=\omega$ ar fi egal aproximativ cu 6. In realitate însă, oscilaţiile solului nu se produc cu o singură frecvenţă şi deci acceleraţia maximă care se constată corespunde nu unei anumite componente a acestui proces de oscilaţie, ci acţiunii globale a componentelor. Totodată, evident, efectul lor global va fi mai mic, deoarece construcţia va putea să se afle în rezonanţă doar cu o singură componentă, fie chiar cea mai intensă, a procesului de oscilaţie al solului care se produce cu mai multe frecvenţe.

De aceea, pentru nevoile practice efectul dinamic maxim posibil produs de o singură componentă, fie chiar cea mai intensă, dintre componentele procesului de oscilaţie al solului, se va afecta cu un coeficient de corecţie subunitar. Ţinînd seama că stabilirea valorii unei astfel de corecţii este foarte dificilă, considerăm că eroarea cea mai mică se va obţine atunci cînd se va lua media valorilor posibile (adică media dintre zero şi 1), egală cu 0,5. Aplicarea unei astfel de corecţii la coeficientul β va avea ca efect reducerea la jumătate a tuturor ordonatelor diagramei din fig. 3, *a*.

Ţinînd seama de ipoteza simplificatoare adoptată mai sus şi anume că şi caracteristicile de frecvenţă ale componentei celei mai intense a procesului de oscilaţie pot avea orice valori între ω_1 şi ω_2, o consecinţă firească a acestui fapt va fi concluzia că toate construcţiile, la care

frecvențele oscilațiilor proprii se află în limitele cuprinse între ω_1 și ω_2, vor suferi un același efect dinamic maxim. Pe reprezentarea grafică, aceasta se reduce la înscrierea valorilor maxime ale coeficientului β într-un platou, așa cum se arată în fig. 3, *b*.

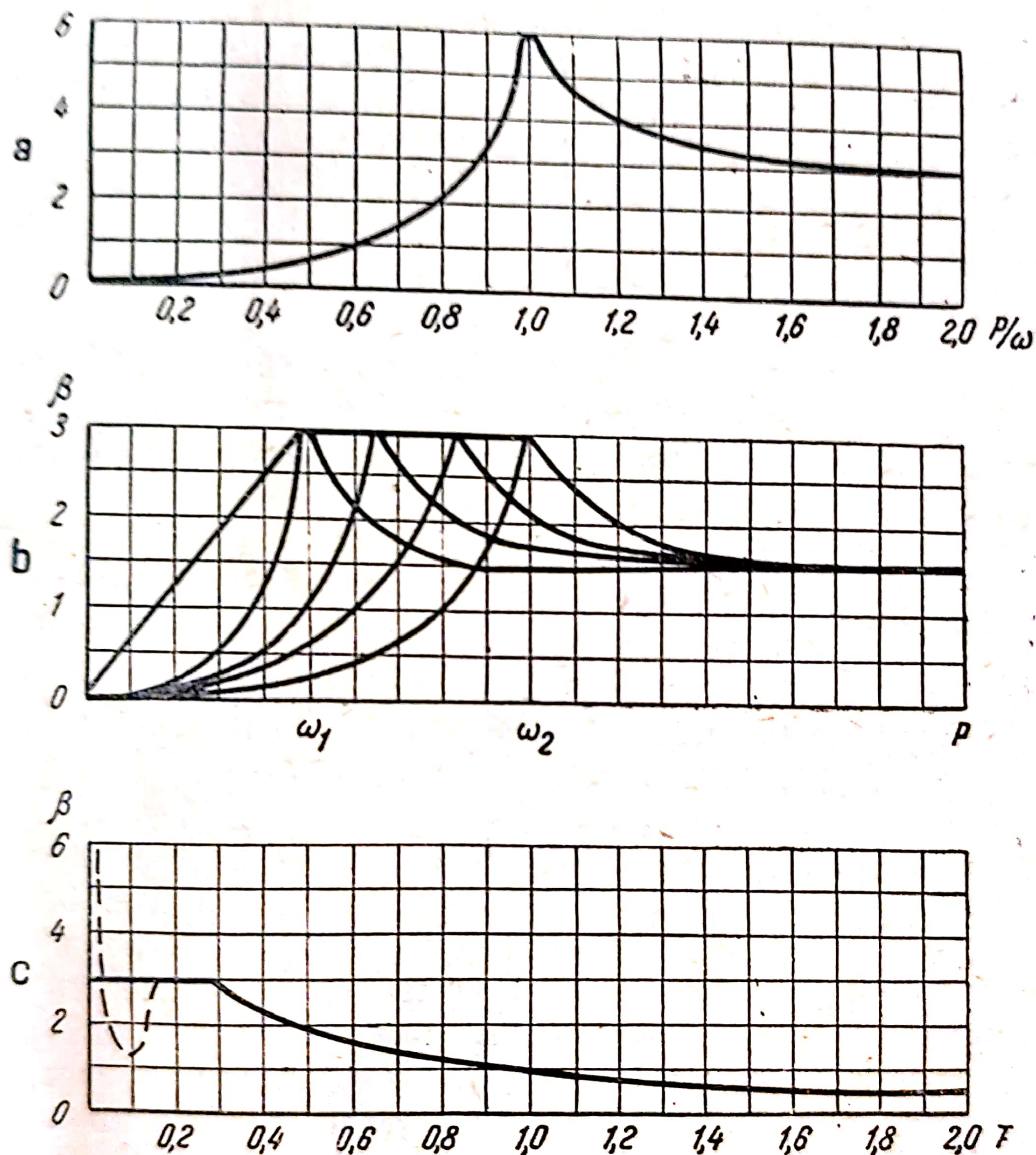


Fig. 3. Diagramele coeficientului dinamic β:
a — în funcție de $\frac{p}{\omega}$; *b* — în funcție de *p*; *c* — în funcție de *T*; ω — frecvența oscilațiilor terenului; *p* — frecvența oscilațiilor proprii ale construcției; *T* — perioada oscilațiilor proprii ale construcției.

Apoi, întrucît la trasarea diagramei β s-a ținut seama numai de oscilațiile solului care se produc cu frecvențe ce corespund accelerațiilor maxime ale scoarței pămîntului și nu s-a ținut seama de oscilațiile cu frecvențe joase ale

solului care se produc într-un stadiu ulterior al cutremurului, aceste oscilaţii, cu toate că nu au acceleraţii mari, pot fi periculoase pentru construcţiile cu o astfel de frecvenţă joasă a oscilaţiilor proprii. De aceea, datorită caracterului convenţional pronunţat al deducţiilor teoretice, şi pe de altă parte, datorită nevoii evidente de a se ţine seama de cele arătate mai înainte, este indicat să se aducă o oarecare corecţie diagramei prin trasarea pe aceasta a unei drepte înclinate (fig. 3, *b*).

Totuşi, diagrama β exprimată în funcţie de frecvenţa *p* este întrucîtva incompletă, deoarece îi lipseşte domeniul frecvenţelor înalte, cînd valoarea lui β, iniţial, scade uşor, iar apoi creşte pînă la infinit. Pentru a scoate în evidenţă această porţiune de pe diagrama β este necesar ca pe axa absciselor, în locul frecvenţei *p*, să se ia perioada *T*, în care caz diagrama β va căpăta aspectul din fig. 3, *c*.

Din punct de vedere practic este extrem de importantă alegerea valorilor maxime ale mărimilor ω_1 şi ω_2, care corespund acceleraţiilor maxime posibile din timpul cutremurelor. Dificultăţile care apar se datoresc faptului că după cum se pare, mărimile $\omega_1 - \omega_2$ depind de structura geofizică a regiunii şi în consecinţă pot fi diferite în diferitele puncte ale globului pămîntesc. In acelaşi timp, datele de care se dispune pentru caracterizarea regiunilor seismice din U.R.S.S. sînt foarte limitate, corespund numai cutremurelor de intensitate slabă şi în consecinţă sînt insuficiente pentru stabilirea valorilor certe ale lui ω_1 şi ω_2. Ţinînd seama de toate acestea, la alegerea limitelor probabile ale lui ω, în datele de mai sus rezultate din prelucrarea seismogramelor folosite, s-au introdus corecţii importante bazate pe datele din literatura străină. In esenţă s-a admis că acceleraţiile maxime ale suprafeţei pămîntului se observă în intervalul de perioade cuprins între 0,15 şi 0,3 s. Aceste valori s-au adoptat la construirea diagramei din fig. 3, *c*.

Intrucît la trasarea diagramei β s-au admis o serie de ipoteze simplificatoare care nu sînt indiscutabile, este cazul ca rezultatele obţinute să fie analizate, iar concluziile să fie comparate cu experienţa de care se dispune în domeniul comportării construcţiilor în timpul cutremurelor.

Analiza diagramei din fig. 3, *c*, arată că valorile lui β au patru porțiuni caracteristice: porțiunea din stînga, care corespunde unor sisteme deosebit de rigide (în intervalul $T=0\ldots0{,}05$ s), se caracterizează prin valorile mari ale lui β cînd accelerațiile maxime se nasc în sistem aproape instantaneu cu începutul oscilațiilor terenului. Aceasta se explică prin aplicarea instantanee a sarcinii, adică prin caracterul impulsiv al acțiunii sale în momentul inițial. Apoi urmează porțiunea $T\approx0{,}05\ldots0{,}15$ s, în care se observă o oarecare micșorare a lui β și în care maximul său întîrzie întrucîtva în timp, față de începutul mișcării terenului de fundație. Apoi urmează un fel de zonă de rezonanță ($T\approx0{,}15\ldots0{,}3$ s). Aici β ajunge la valoarea sa maximă, egală cu 3, abia după mai multe solicitări ale terenului de fundație asupra sistemului considerat, adică maximul survine cu mult mai tîrziu decît începutul cutremurului. In sfîrșit, porțiunea a patra, finală, a curbei ($T>0{,}3$ s) se caracterizează printr-o micșorare continuă a lui β pe măsura creșterii flexibilității sistemului și în fine se observă o amortizare completă, adică masa nu este supusă la acțiunea vreunor accelerații.

Să vedem ce se întîmplă în realitate.

Unul dintre tipurile cele mai rigide de construcție îl constituie masivele de piatră, de exemplu diferitele monumente masive. Se știe din literatură că, în urma cutremurelor, aceste construcții sînt uneori distruse [10]. Totodată, forțele de inerție care le-ar fi putut distruge ar fi trebuit să corespundă unor accelerații foarte mari, cu mult superioare accelerației solului, care se evaluează prin gradul cutremurului. Explicînd aceste fenomene, unii cercetători au exprimat părerea că în cursul oscilațiilor solului, la un moment dat s-au produs variații foarte mari ale vitezelor, care amintesc un fel de discontinuități ale vitezelor [10]. Astfel de accelerații au fost înregistrate, de exemplu, pe accelerogramele obținute în urma cutremurului de la Long-Beach (S.U.A.). Așa cum arată Lode-Brown, acolo s-au observat accelerații superioare lui g, însă care au acționat un timp extrem de scurt, din care cauză ele deveneau periculoase numai pentru sistemele cele mai rigide. Astfel,

porțiunea de margine din stînga diagramei β (fig. 3) concordă calitativ, pe deplin satisfăcător, cu realitatea.

Apoi, pentru a se aprecia posibilitatea apariției fenomenelor de rezonanță în timpul cutremurului, se pot folosi datele citate în articolul lui C. M. Duke și R. A. Brisbane [20]. In această lucrare autorii descriu rezultatele măsurătorilor efectuate la o clădire cu patru niveluri, pe schelet de beton armat (Los-Angeles) în timpul celor două cutremure din 1952 și 1954. Pe lîngă înregistrarea oscilațiilor terenului s-au măsurat deformațiile locale din nodul de beton armat al planșeului de peste primul nivel al clădirii. Unele extrase din datele experimentale citate în articolul lui C. M. Duke și R. A. Brisbane se dau în tabela 1 și în fig. 4.

Tabela 1

Nr. crt.	Datele înregistrate	Cutremurul din 1952	Cutremurul din 1954
1	Accelerația oscilațiilor terenului:		
	amplitudinea maximă	0,007 *g*	0,01 *g*
	numărul predominant al oscilațiilor	5–8 osc/s	3–5 osc/s
2	Deformațiile din nod:		
	dispozitivul de măsură A	$1{,}8 \cdot 10^{-6}$ țoli	$10{,}5 \cdot 10^{-6}$ țoli
	dispozitivul de măsură C	$1{,}4 \cdot 10^{-6}$ țoli	$8{,}5 \cdot 10^{-6}$ țoli
3	Numărul predominant al oscilațiilor	3,2 osc/s	2,8 osc/s

Inșiși autorii articolului comentează foarte succint datele experimentale pe care le citează, mărginindu-se doar la următoarea observație:

„Accelerația maximă a oscilațiilor terenului în timpul cutremurului din 1954 nu a fost cu mult mai mare decît în timpul cutremurului din 1952 în timp ce deformațiile înregistrate au fost cam de șase ori mai mari. O diferență atît de mare în reacțiunea clădirii se pare că se explică prin frecvențele predominante ale accelerațiilor oscilațiilor terenului, întrucît în timpul cutremurului din 1954 frecvența accelerațiilor oscilațiilor era apropiată de frecvența de rezonanță a clădirii".

Vom încerca să utilizăm într-o măsură mai mare aceste rezultate. După cum se vede din vibrogramele *A* și *C* (fig. 4, *c*) oscilațiile au caracterul net pronunțat al bătăilor, ceea ce

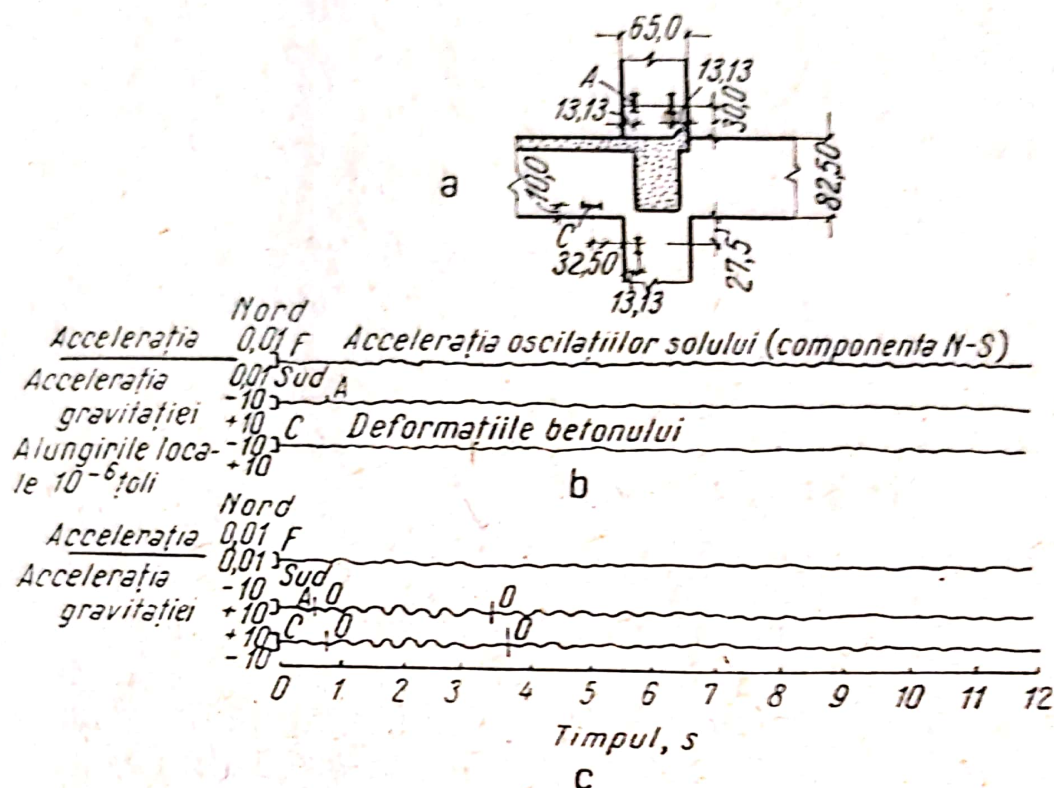


Fig. 4. Vibrogramele înregistrate în timpul cutremurelor:
a — amplasarea aparatelor de măsură pe construcție; *b* — datele din anul 1952; *c* — datele din anul 1954.

dovedește existența cel puțin a două componente armonice ale acestui proces de oscilație. Dacă se folosește relația dintre frecvențele care dau bătăile și frecvențele care caracterizează oscilațiile în timpul bătăilor, după cum se știe, vom avea:

numărul bătăilor

$$f_b = \frac{f_1 - f_2}{2} \tag{9}$$

și numărul oscilațiilor procesului oscilator rezultant pe timpul bătăilor

$$f_r = \frac{f_1 + f_2}{2}. \tag{10}$$

Numărul bătăilor, calculat de noi, din vibrogramele *A* și *C* (fig. 4, *c*) (jumătatea perioadei bătăii $\frac{T_b}{2}$ s-a luat

egală cu distanța dintre punctele $O—O$, așa cum se arată în fig. 4, c) este $\approx 0,174$ Hz. In schimb numărul oscilațiilor procesului rezultant este $f_r \approx 2,8$ Hz. Prin urmare,

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= f_r + f_b = 2,8 + 0,174 \approx 2,974 \text{ Hz} \\ \text{și} \quad f_2 &= f_r + f_b = 2,8 - 0,174 \approx 2,6 \text{ Hz}. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Se poate observa că valoarea lui f_1 concordă foarte bine cu frecvența cea mai joasă a oscilațiilor predominante ale terenului și se pare că constituie pentru construcția considerată componenta cea mai importantă a șocului seismic. In schimb, valoarea lui f_2 caracterizează frecvența oscilațiilor proprii ale clădirii.

Vibrogramele care corespund cutremurului din anul 1952 (fig. 4, b) au o curbă oarecare și fenomenul bătăilor nu se observă la ele. Aceasta nu vine în contrazicere cu schema de calcul adoptată întrucît, după cum se vede din tabela 1, numărul predominant al oscilațiilor terenului în anul 1952 a fost mai mare (5—8 Hz) și în consecință, în acest caz nu trebuie să se observe nici un fel de fenomene de rezonanță.

In ansamblu se poate considera că datele citate în articolul lui C. M. Duke și R. A. Brisbane, confirmă posibilitatea apariției fenomenelor de rezonanță în timpul cutremurelor, și în consecință ele arată că adoptarea unor valori majorate ale lui β în domeniul frecvențelor predominante ale accelerațiilor scoarței pămîntului (adică în intervalul $\omega_1—\omega_2$) este fundamentată.

Porțiunea extremă din dreapta diagramei β care caracterizează efectul amortizării este deajuns de explicabilă și nu necesită nici un fel de confirmări sau comentarii.

Astfel diagrama obținută pentru β cu toate ipotezele simplificatoare adoptate la trasarea ei, caracterizează satisfăcător, din punct de vedere calitativ, efectul dinamic al cutremurelor asupra construcțiilor.

Prin trecerea la propuneri finale cu caracter practic, s-a considerat necesar să se mai simplifice întrucîtva diagrama, și anume: ținînd seama pe de o parte de lungimea mică a porțiunii $T \approx 0,05 \ldots 0,15$ s în care se observă o

oarecare micşorare a lui β, şi caracterul pronunţat convenţional al alegerii limitelor porţiunii cu acceleraţii maxime, pe de altă parte, pentru nevoile practice întreaga porţiune $T=0\ldots0{,}3$ s se poate înlocui printr-o dreaptă, adică cu $\beta=3$ (dreapta orizontală, continuă, groasă, fig. 3,*c*); această diagramă finală a lui β, analitic, se exprimă astfel:

$$\beta=\frac{0{,}9}{T}\leqslant 3. \tag{12}$$

Diagrama lui β reprezentată în fig. 3,*c*, corespunde efectului dinamic al cutremurului asupra unei construcţii cu o amortizare caracterizată prin $\frac{\psi}{2\pi}=0{,}1$. La construcţiile cu alte valori ale lui ψ, efectul dinamic, de asemenea, trebuie să fie diferit.

Caracteristica amortizării adoptată aici $\frac{\psi}{2\pi}=0{,}1$ şi respectiv coeficientul dinamic $\beta=\frac{0{,}9}{T}$, se pot aplica în calculele practice la construcţiile de locuinţe, construcţiile civile şi industriale, precum şi în cazul construcţiilor relativ rigide ale căror deplasări în timpul oscilaţiilor sînt determinate într-o mare măsură de deformaţiile de lunecare.

In cazul construcţiilor relativ flexibile, care au un coeficient de amortizare destul de mic, cum sînt: coşurile de fum, pilonii, turnurile şi alte construcţii analoge, care în esenţă lucrează la încovoiere şi nu la lunecare, valoarea lui ψ se va micşora cam de 1,5—2 ori şi respectiv valoarea lui β se va mări de 1,5—2 ori. Pentru aceste construcţii flexibile coeficientul dinamic se poate lua egal cu

$$\beta_1\approx\frac{1{,}5}{T}\leqslant 5. \tag{13}$$

Diagrama obţinută pentru β corespunde cazului deplasării terenului după legea unor curbe armonice, amortizate. In consecinţă, dacă se adoptă o altă ecuaţie de mişcare a terenului de fundaţie, diagrama lui β de asemenea se modifică. Se poate demonstra însă că variaţiile funcţiei $y_0(t)$ se vor referi numai la valoarea lui β şi nu vor avea influenţă asupra

valorii coeficientului η. De aceea, întrucît mişcarea reală a terenului de fundaţie va diferi mai mult sau mai puţin de orice interpretare matematică simplificată a acestei mişcări, de aici înainte precizarea diagramei β se pare că se va putea face cel mai raţional pe baza metodei experimentale, expuse în lucrările [10], [18].

Incheind analiza diagramei β vom relua problema pusă anterior şi anume, dacă calculul construcţiilor trebuie făcut la toate combinaţiile dintre forţele seismice S_{ki} care corespund fiecărei forme a oscilaţiilor proprii ale sistemului. Această problemă necesită precizări fie chiar şi pentru motivul că fiecare construcţie este un sistem cu un număr infinit de grade de libertate şi în consecinţă, în formularea dată mai sus, care prevede examinarea tuturor combinaţiilor posibile dintre forţele seismice, practic, ea devine nerezolvabilă.

Dacă se neglijează efectul dinamic al solicitării seismice asupra construcţiei (adică coeficientul β) forma cea mai periculoasă a oscilaţiilor oricărui sistem va fi aceea care corespunde frecvenţei celei mai joase a oscilaţiilor sale proprii. Valabilitatea acestei afirmaţii este evidentă, deoarece în acest caz în timpul oscilaţiilor, sistemul nu are puncte nodale şi în consecinţă toate forţele seismice acţionează după o singură direcţie. Astfel, la o aceeaşi valoare a lui β, pentru toate formele deformaţiilor, forma cu numărul cel mai mic de puncte nodale trebuie să producă momente încovoietoare şi forţe tăietoare maxime. Prin urmare, dacă frecvenţa oscilaţiilor proprii, care corespunde formei celei mai joase a deformaţiei construcţiei, nu coboară sub limita din stînga a zonei frecvenţelor posibile ale oscilaţiilor terenului cu acceleraţii maxime (fig. 3, *b*), tocmai această primă formă a oscilaţiilor sistemului este şi cea mai periculoasă pentru rezistenţa construcţiilor.

Formele următoare, mai înalte, ale oscilaţiilor construcţiilor pot deveni periculoase numai atunci cînd coeficientul pentru formele mai joase ale oscilaţiilor va avea valori mici. De aceea, calculul la stabilitate seismică a construcţiilor se va începe prin examinarea formei celei mai joase a oscilaţiilor sale (adică S_{k1}) iar formele mai înalte ale deformaţiei se vor examina numai pe măsura necesităţii.

In felul acesta, calculul construcţiilor la solicitări seismice se propune să se facă pentru valorile de calcul ale forţelor seismice, determinate cu formula

$$S_k = k_s \beta \eta_k Q_k , \qquad (8'')$$

începînd cu examinarea frecvenţelor celor mai joase ale oscilaţiilor proprii ale sistemului.

Amintim că, în această formulă, valoarea lui k_s nu depinde de caracteristicile proprii ale clădirilor şi construcţiilor şi este stabilită în norme în funcţie de proprietăţile seismice şi geologice ale regiunii supuse acţiunii cutremurelor.

Coeficientul β este o funcţie care depinde de caracteristicile de frecvenţă ale oscilaţiilor construcţiilor şi procesului de oscilaţie. Pe lîngă aceasta, valoarea lui β, mai depinde şi de împrăştierea energiei în pămînt şi în materialul construcţiei.

Factorul η este o funcţie de forma oscilaţiilor construcţiei şi permite să se ţină seama de neuniformitatea distribuţiei forţelor de inerţie în diferitele porţiuni ale construcţiei.

3. RECOMANDĂRI CU PRIVIRE LA DETERMINAREA SARCINILOR SEISMICE CARE ACŢIONEAZĂ ASUPRA CONSTRUCŢIILOR [1])

La proiectarea clădirilor şi construcţiilor care se execută în regiuni seismice, pe lîngă calculul lor la sarcini obişnuite, se va face şi calculul la acţiunea forţelor seismice. Calculul se face în ipoteza acţiunii statice a forţelor seismice, a căror distribuţie se ia în raport cu distribuţia maselor în construcţie.

Forţele seismice pot avea orice orientare în spaţiu.

La calculul clădirilor şi construcţiilor în ansamblu la sarcini seismice (clădiri de zidărie sau pe schelet, turnuri, coşuri de fum, piloni, ziduri de sprijin, sonde etc.) sau la calculul elementelor lor componente mari (anumiţi şpaleţi,

---

[1]) Recomandările expuse în acest capitol nu se aplică construcţiilor de pe căile de comunicaţie şi celor hidrotehnice.

umplutura scheletelor de rezistență etc.), forțele seismice, de regulă, se consideră că acționează în plan orizontal deoarece acest mod de încărcare, în mod obișnuit, dă naștere la eforturi maxime în construcție.

In schimb, la calculul îmbinărilor rigide dintre elementele masive ale clădirilor și construcțiilor (buloanele de ancorare ale stîlpilor, fermelor, arcelor etc., precum și elementele de ancorare a castelelor de apă, turnurilor, balcoanelor, copertinelor, parapetelor etc.) este necesar să se examineze și eventualitatea unei astfel de orientări a forțelor seismice, care să producă forfecarea sau întinderea acestor îmbinări.

Forțele seismice împreună cu alte forțe și sarcini fac parte din categoria sarcinilor extraordinare și calculul se face la acțiunea simultană a forțelor seismice, greutății proprii a construcțiilor și sarcinilor utile. In acest caz, sarcina produsă de vînt nu se ia în considerație. Conform „Normelor și regulilor de construcție" (capitolul II, B, 1, § 3, pct. 3), atunci cînd se ține seama de forțele seismice, valorile sarcinilor utile se înmulțesc cu coeficientul 0,8.

La calculul construcțiilor la forțe seismice, se neglijează acțiunea de descărcare a forței de frecare, acțiunea dinamică a utilajului, forțele de frînare și forțele laterale din podurile rulante, forțele de inerție din sarcinile suspendate cu cabluri flexibile etc.

Valoarea de calcul a forței seismice într-un punct oarecare k, unde conform schemei de calcul a construcției este concentrată masa de greutate Q_k, se determină cu formula

$$S_k = k_s \beta \eta_k Q_k$$

unde k_s este coeficientul seismic (se ia din tabela 2).

Tabela 2. Valorile coeficientului k_s

Seismicitatea de calcul, în grade	7	8	9
Valoarea coeficientului seismic k_s	0,025	0,05	0,1

Q_k este greutatea elementelor clădirii sau construcției, sarcina utilă a planșeelor, greutatea proprie a podurilor rulante, sarcina din zăpadă etc. și este sarcina care generează forța de inerție. Valoarea lui Q_k, necesară pentru calculul forței seismice, se determină pe baza sarcinilor normate, fără a se ține seama de coeficientul de supraîncărcare în cazul elementelor greutății proprii a construcției și introducînd coeficientul 0,8 la sarcinile utile normate. Fac excepție construcțiile de tipul depozitelor, silozurilor etc., cînd sarcinile utile se iau în întregime.

β — coeficient dinamic (a cărui valoare maximă este 3 și valoare minimă 0,6 [1]), care depinde de perioada oscilațiilor proprii ale construcției și se determină din diagrama din fig. 5, sau cu formula $\beta = \frac{0,9}{T}$;

η_k — coeficient care depinde de forma deformațiilor construcției în timpul oscilațiilor sale libere și de punctul de aplicație al sarcinii Q_k pe construcție (fig. 6).

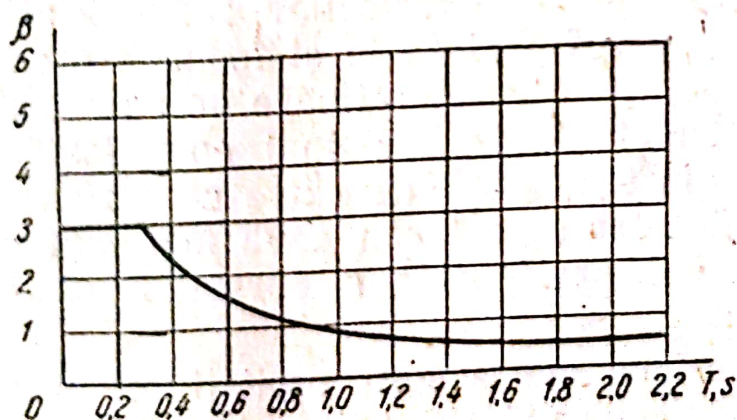


Fig. 5. Diagrama coeficientului dinamic β pentru determinarea forțelor seismice S_k:
T — perioada oscilațiilor proprii ale construcției, în s.

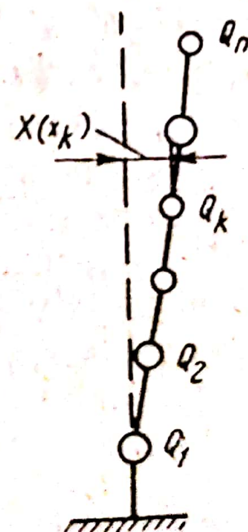


Fig. 6. Schema de calcul a construcției.

[1]) Aici, spre deosebire de formula (12) valoarea minimă a lui β se limitează ca o măsură de prudență.

Coeficientul η_k se calculează cu formula

$$\eta_k = \frac{X(x_k) \sum_1^n Q_j X(x_j)}{\sum_1^n Q_j X^2(x_j)}, \qquad (6')$$

unde $X(x_k)$ și $X(x_j)$ sînt deplasările pe schema de calcul adoptată pentru construcţie în timpul oscilaţiilor sale libere, respectiv în punctul considerat k și în toate punctele j, adică în punctele care corespund punctelor de aplicaţie ale maselor pe sistemul dat.

Perioadele și formele deformaţiilor oscilaţiilor proprii ale construcţiilor, corespunzătoare celor dintîi, se determină prin metodele mecanicii construcţiilor și dinamicii.

La determinarea perioadelor oscilaţiilor proprii ale construcţiilor care lucrează în special la încovoiere, se vor folosi valorile normate ale modulilor de elasticitate date în capitolele respective din „Normele și regulile de construcţie" [5]. La clădirile de locuit din zidărie de cărămidă, a căror schemă de calcul presupune că ele lucrează în special la lunecare, valoarea modulului de elasticitate transversală G, în cazul pereţilor de zidărie de cărămidă, se poate lua egală cu 2 000 kgf/cm², dacă se neglijează golurile de ferestre și de uși, adică dacă se ţine seama de un procent mediu de goluri.

Astfel, pentru determinarea valorilor forţelor seismice, este necesar să se găsească perioadele și formele oscilaţiilor construcţiilor considerate corespunzătoare acestor perioade. Această parte a calculului este cea mai complicată, laborioasă și relativ puţin cunoscută de către constructori. De aceea, considerăm necesar să stăruim ceva mai mult asupra problemei determinării perioadelor și formelor oscilaţiilor corespunzătoare lor.

Cercetările experimentale asupra oscilaţiilor orizontale ale clădirilor de locuit de zidărie, adică ale clădirilor cu o distribuţie deasă a pereţilor interiori portanţi, arată că natura deformaţiilor lor în timpul oscilaţiilor proprii se apropie de modul în care lucrează o consolă la lunecare, fără a se ţine seama de deformaţiile de încovoiere. Perioadele oscilaţiilor lor, chiar în cazul unor construcţii relativ

înalte (4—5 niveluri), sînt de ordinul a 0,3—0,4 s. Astfel formele joase ale oscilaţiilor acestor clădiri se înscriu aproape în întregime în zona valorilor maxime ale coeficientului β şi deci, toate celelalte forme superioare ale oscilaţiilor, la calculul la sarcini seismice, nu vor avea importanţă practică. Ţinînd seama de aceşti doi factori, pentru aceste clădiri, au putut fi determinate valorile produsului coeficienţilor βη; aceste valori sînt date în tabela 3.

Tabela 3. Valorile produsului βη pentru clădirile de locuit din zidărie

Nivelul	Numărul de niveluri ale clădirilor				
	un nivel	două niveluri	trei niveluri	patru niveluri	cinci niveluri
Primul	3,8	2,7	1,9	1,3	1,0
Al doilea	—	3,8	3,3	2,4	1,8
Al treilea	—	—	3,8	3,2	2,5
Al patrulea	—	—	—	3,4	2,9
Al cincilea	—	—	—	—	3,0

In unele cazuri schema constructivă a clădirii este atît de neclară încît îngreuiază alegerea unei scheme de calcul raţională, iar aceasta la rîndul său nu permite efectuarea calculului dinamic al clădirii cu exactitatea necesară pentru nevoile practice. In acest caz determinarea forţelor seismice se poate face după o formulă aproximativă simplificată, bazată pe ipoteza că acea clădire este absolut rigidă şi în timpul cutremurului oscilează doar pe pămînt. In acest caz valoarea coeficientului β se ia maximă, adică egală cu 3, iar expresia lui η devine

$$\eta_k = \frac{x_k \sum_1^n Q_j x_j}{\sum_1^n Q_j x_j^2} \qquad (6'')$$

unde x_j şi x_k sînt respectiv distanţele de la terenul de fundaţie pînă la punctele j şi k pe înălţimea clădirii.

Apoi, la determinarea formei celei mai joase a oscilaţiilor proprii ale construcţiei (adică determinarea lui $X(x_j)$

și a lui T corespunzător) de asemenea se poate admite că deformațiile construcției sînt asemenea deformației statice din încărcarea sistemului cu forțe statice egale cu valorile respective ale lui Q_j. O astfel de simplificare conduce la obținerea unei valori ceva mai mici a perioadei oscilațiilor proprii ale construcției și în consecință la valori ceva mai mari ale coeficientului β.

Studiul oscilațiilor proprii ale construcțiilor după diferite direcții, conduce la concluzia că valorile forțelor seismice de calcul pot fi diferite în funcție de perioada și formele deformațiilor construcției după acele direcții. De aceea, calculul construcțiilor trebuie efectuat, de regulă, după două direcții orizontale perpendiculare între ele, în lungul construcției și transversal față de aceasta sau după axele sale principale.

La determinarea perioadelor și formelor oscilațiilor proprii corespunzătoare, ca schemă de calcul la clădirile cu schelet de rezistență (fig. 7, *a*) este indicat să se adopte sistemul arătat în fig. 7, *c*, unde Q_1, $Q_2 \ldots Q_n$ sînt greutățile concentrate în cîte un punct, aplicate la nivelul planșeelor, iar f_1, $f_2 \ldots f_n$ și r_1, $r_2 \ldots r_n$ sînt sumele rigidităților liniare ale tuturor stîlpilor și tuturor riglelor de la nivelurile respective ale construcției pe cadre.

In locul schemei din fig. 7, *c*, se poate lua schema de calcul simplificată din fig. 7, *d*; în această schemă nu se ține seama de deformațiile riglelor, ceea ce conduce la valori mai mici decît cele reale ale perioadelor oscilațiilor proprii și deci la valori mai mari decît cele reale ale lui β. In schema corespunzătoare fig. 7, *c* și 7, *d* mărimile f_1, $f_2 \ldots f_n$ sînt atît rigiditățile stîlpilor scheletului cît și umpluturii acestuia, iar în cazul cînd există pereți despărțitori de beton armat sau de zidărie, ele reprezintă și rigiditățile acestora.

Așa cum rezultă din cercetări experimentale, în mod obișnuit, diferența minimă între perioadele reale ale oscilațiilor proprii ale construcțiilor și valorile lor de calcul, în cazul betonului armat, are loc dacă rigiditățile elementelor se calculează ținînd seama că lucrează și zona întinsă a betonului. La determinarea rigidității riglelor, trebuie să

se țină seama de rigiditatea plăcii; dacă calculul clădirii se face pe direcția grinzilor secundare, trebuie ținut seama de rigiditățile plăcii și ale tuturor grinzilor care reazemă (în cîmp) pe riglă.

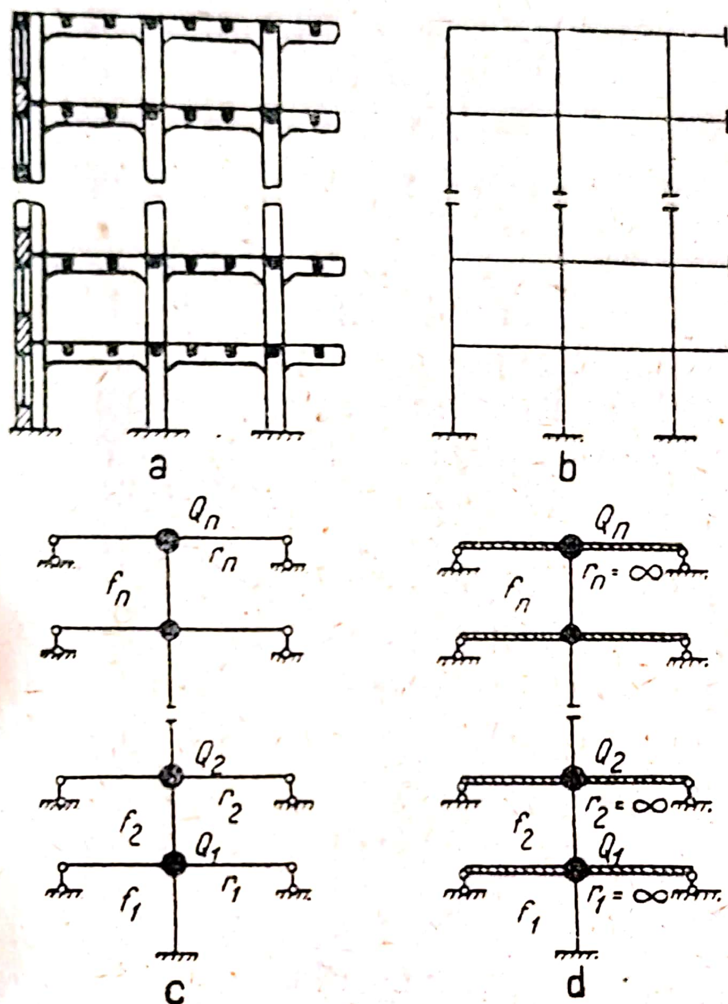


Fig. 7. Schemele construcției cu schelet de rezistență:

a — schema constructivă; *b* — schema geometrică; *c* — schema de calcul exactă; *d* — schema de calcul simplificată.

La calculul pereților, pereților de umplutură ai clădirilor cu schelet de rezistență și prinderilor acestora de schelet, la sarcini seismice locale, după o direcție perpendiculară pe planul lor, valoarea produsului $\beta\eta$ se determină pentru nivelurile respective ale porțiunilor de perete sau de umpluturi ale scheletului de rezistență însă în acest caz ca măsură de prudență se recomandă ca valorile produsului $\beta\eta$ să nu se ia mai mici de 2.

Introducerea în calcul a tasării terenului de fundaţie, conduce la o majorare a perioadei oscilaţiilor proprii ale construcţiilor, ceea ce poate atrage după sine o micşorare a coeficientului β. In cazul construcţiilor masive rigide, tasarea terenului de fundaţie are un rol hotărîtor. Cînd terenurile sînt slabe, tasarea terenului de fundaţie poate avea o influenţă sensibilă şi asupra perioadelor oscilaţiilor proprii ale clădirilor industriale şi civile.

Calculul construcţiilor flexibile (de tipul coşurilor de fum, turnurilor, clădirilor înalte cu multe etaje etc.) nu poate fi limitat la determinarea forţelor seismice, care corespund numai formei celei mai joase a oscilaţiilor proprii. Aceste construcţii trebuie calculate ţinînd seama de posibilitatea apariţiei şi a formelor superioare ale oscilaţiilor proprii cu perioade mai mari de 0,3 s şi a unei forme următoare cu o perioadă mai mică decît 0,3 s. In mod obişnuit este deajuns să se ţină seama numai de una sau de două forme superioare ale oscilaţiilor.

Totodată, la calculul unor astfel de construcţii, trebuie ţinut seama că construcţiile flexibile care lucrează în special la încovoiere au o amortizare slabă, şi de aceea, valoarea lui β se va determina cu formula (13):

$$\beta_1 = \frac{1,5}{T} \leqslant 5.$$

Prin analogie cu limitarea valorii minime a coeficientului β, făcută mai sus, în cazul de faţă de asemenea este ndicat să se ia $\beta_1 \geqslant 1$; comparînd formula (13) cu $\beta = \frac{0,9}{T}$, obţinem $\beta_1 = \frac{1,5}{0,9}$, $\beta_1 \approx 1,67\beta$. In „Normele şi regulile de construcţie în regiunile seismice“ [3] s-a luat $\beta_1 = 1,6\beta$.

La determinarea celor trei perioade maxime (T_n) şi a formelor oscilaţiilor proprii corespunzătoare lor, $X_n(x)$ ale coşurilor de fum se pot folosi formulele aproximative (14) şi (15) ale lui A. I. Sudniţîn, propuse în teza sa de disertaţie întocmită sub conducerea autorului. In aceste formule se ţine seama atît de tasarea terenului de fundaţie, cît şi de deformaţiile elastice ale construcţiei:

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{\lambda_n}} \cdot \frac{l^2}{r_0} \sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}; \qquad (14)$$

$$X_n(x) = \frac{C}{1+k\frac{x}{l}}\left[\sin\frac{\pi x}{2l} + \left(\frac{C_2}{C_1}\right)_n \sin\frac{3\pi x}{2l} + \left(\frac{C_3}{C_1}\right)_n \sin\frac{5\pi x}{2l}\right], \quad (15)$$

unde $\sqrt{\lambda_n}$ este un coeficient care se determină după diagramele din fig. 8, $n=1$, 2, şi 3;

l — înălţimea coşului de fum;

E — modulul de elasticitate al materialului coşului;

g — acceleraţia gravitaţiei;

$$k = 2\frac{A_{0,5}}{A_0} - \frac{A_1}{2A_0} - 1{,}5; \quad r_0 = \sqrt{\frac{I_0}{A_0}}.$$

$$\alpha_0 = \frac{2EI_0}{C_z A_f l^3} \text{ (vezi fig. 8—10);}$$

C_z — coeficient de compresiune elastică uniformă a terenului;

γ — greutatea specifică aparentă a materialului coşului;

$X_n(x)$ — ecuaţia axei deformate a coşului, corespunzătoare formei a n-a a oscilaţiilor;

C — constantă arbitrară exprimată în unităţi de lungime;

$\left(\frac{C_2}{C_1}\right)_n$ şi $\left(\frac{C_3}{C_1}\right)_n$ sînt coeficienţi care se determină după diagramele din fig. 9 şi 10, $n=1$, 2 şi 3;

A_f este aria fundaţiei coşului;

A_0 — aria secţiunii transversale a coşului la partea de jos;

$A_{0,5}$ — aria secţiunii transversale la jumătatea înălţimii;

A_1 — aria secţiunii transversale a coşului la partea de sus;

I_0 — momentul de inerţie al secţiunii transversale a coşului la partea de jos.

Construcţiile ale căror deplasări sînt determinate în special de cedarea terenului de fundaţie (de exemplu silozurile din beton armat) şi nu de deformaţiile construcţiilor propriu zise, pot fi tratate ca absolut rigide. In acest caz

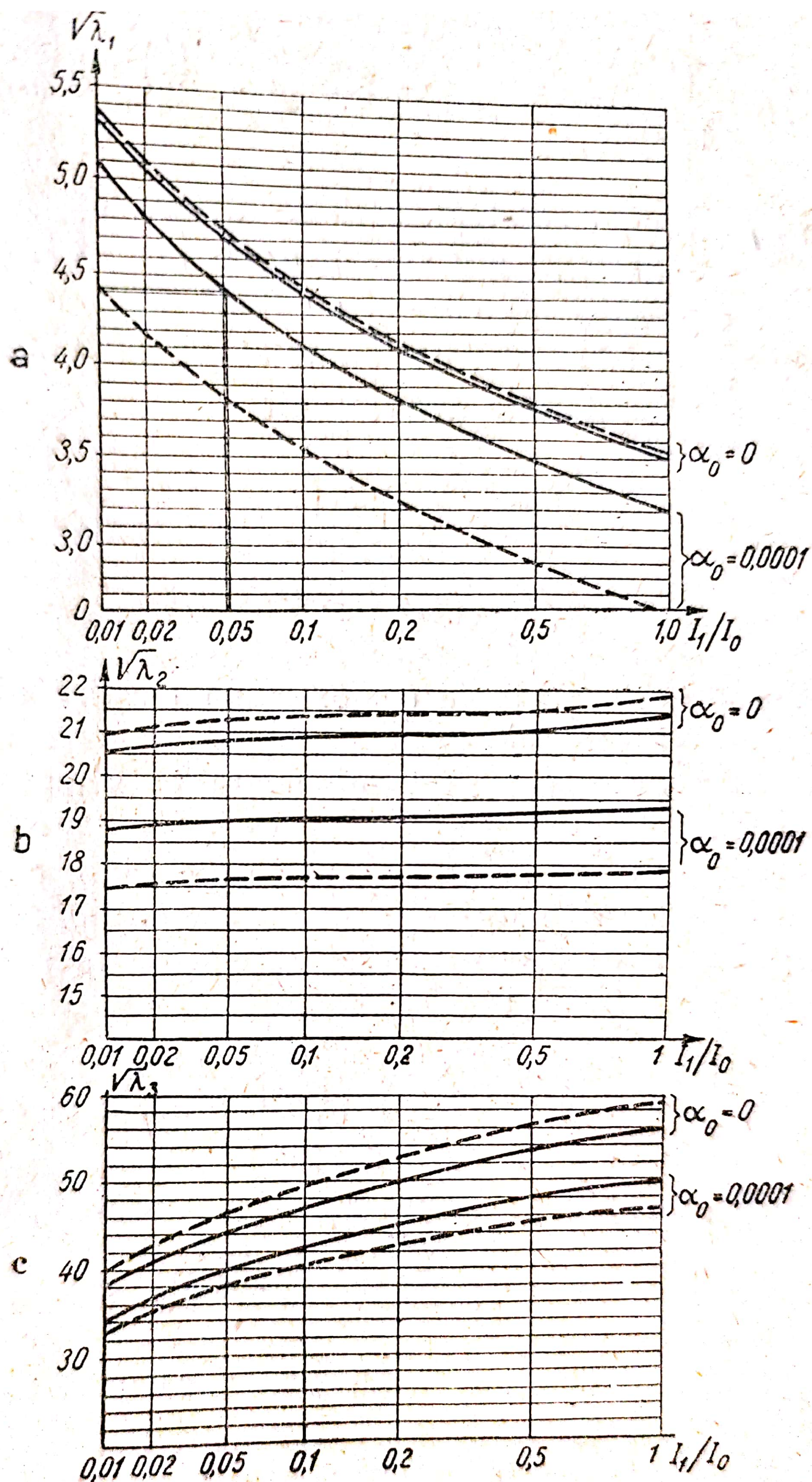


Fig. 8. Diagramele $\sqrt{\lambda_1}$, $\sqrt{\lambda_2}$ și $\sqrt{\lambda_3}$ pentru determinarea respectiv a perioadei întîi, a doua și a treia, maxime, a oscilațiilor proprii ale coșurilor de fum:

——— pentru coșurile cu $\frac{l}{r_0} = 40$; — — — pentru coșurile cu $\frac{l}{r_0} = 80$;
(l — înălțimea coșului, r — raza de girație a secțiunii coșului).

pentru determinarea perioadelor şi formelor oscilaţiilor proprii ale construcţiei [1]) se pot folosi formulele aproximative (16)—(19):

a) lunecarea elastică pe terenul de fundaţie (deplasare prin mişcarea de translaţie); perioada şi forma oscilaţiilor sînt respectiv:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{Q}{A_f C_x g}} \qquad (16)$$

$$X_1(x) = C = \text{const},$$

unde Q este greutatea construcţiei;
- A_f — aria tălpii fundaţiei construcţiei;
- g — acceleraţia gravitaţiei;
- C_x — coeficientul de lunecare elastică a terenului;

b) oscilaţii prin rotaţie în jurul unei axe orizontale, care trece prin centrul de greutate al suprafeţei tălpii fundaţiei construcţiei;

perioada şi forma oscilaţiilor sînt respectiv:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\theta}{C_\varphi I g}} \qquad (18)$$

$$X_2(x) = Cx, \qquad (19)$$

unde θ este momentul de inerţie al construcţiei în raport cu axa orizontală care trece prin centrul de greutate al suprafeţei bazei sale şi perpendiculară pe planul oscilaţiilor considerate;
- I — momentul de inerţie al suprafeţei bazei construcţiei, în raport cu aceeaşi axă;
- C_φ — coeficientul de compresiune elastică neuniformă a terenului;
- x — distanţa pe verticală măsurată de la baza construcţiei.

Atunci cînd clădirile au proeminenţe sub formă de turnuri de dimensiuni relativ mici, parapete şi alte elemente asemănătoare cu o masă neînsemnată în comparaţie

---

[1]) Aceste recomandări nu se aplică la baraje şi alte construcţii hidrotehnice, precum şi la lucrările de artă de pe căi ferate şi şosele.

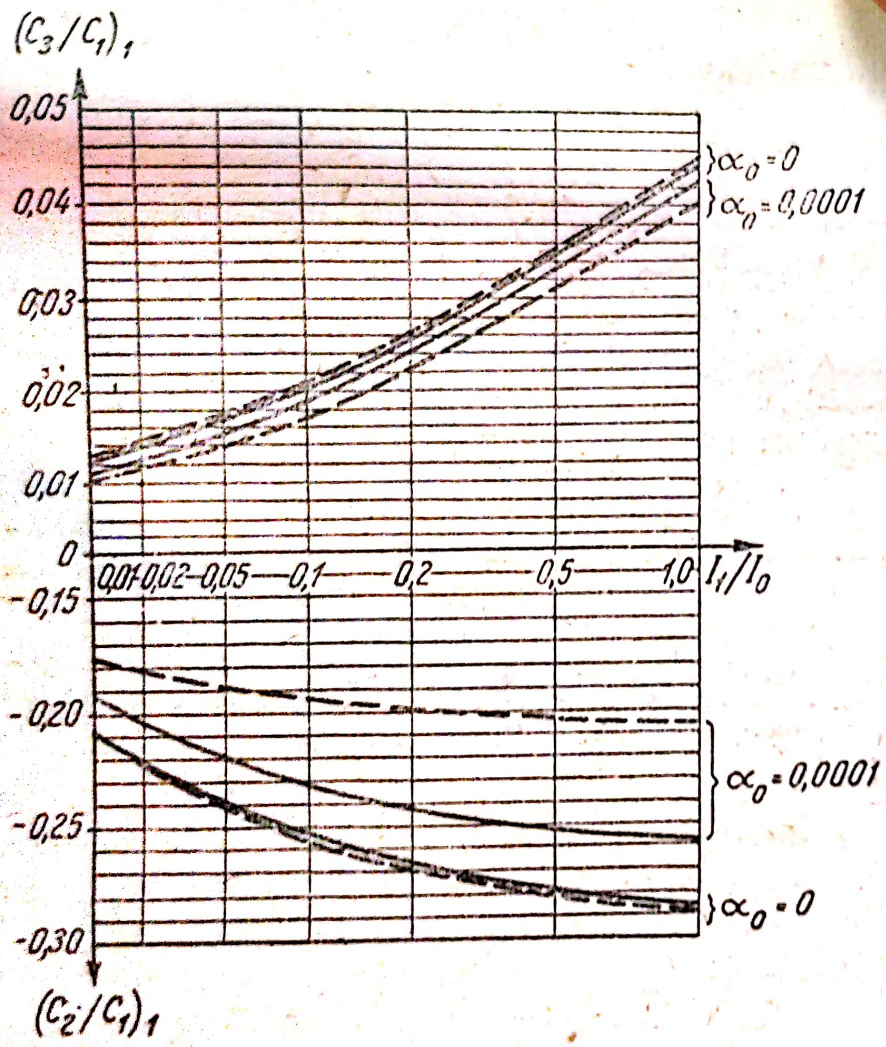


Fig. 9. Diagramele coeficienţilor $\left(\frac{C_2}{C_1}\right)_1$ şi $\left(\frac{C_3}{C_1}\right)_1$ pentru determinarea cu ajutorul formulei (15) a axei deformate a coşului de fum, corespunzătoare primei perioade maxime a oscilaţiilor proprii ale coşului:

——— pentru coşurile cu $\frac{l}{r_0} = 40$; — — — pentru coşurile cu $\frac{l}{r_0} = 80$.

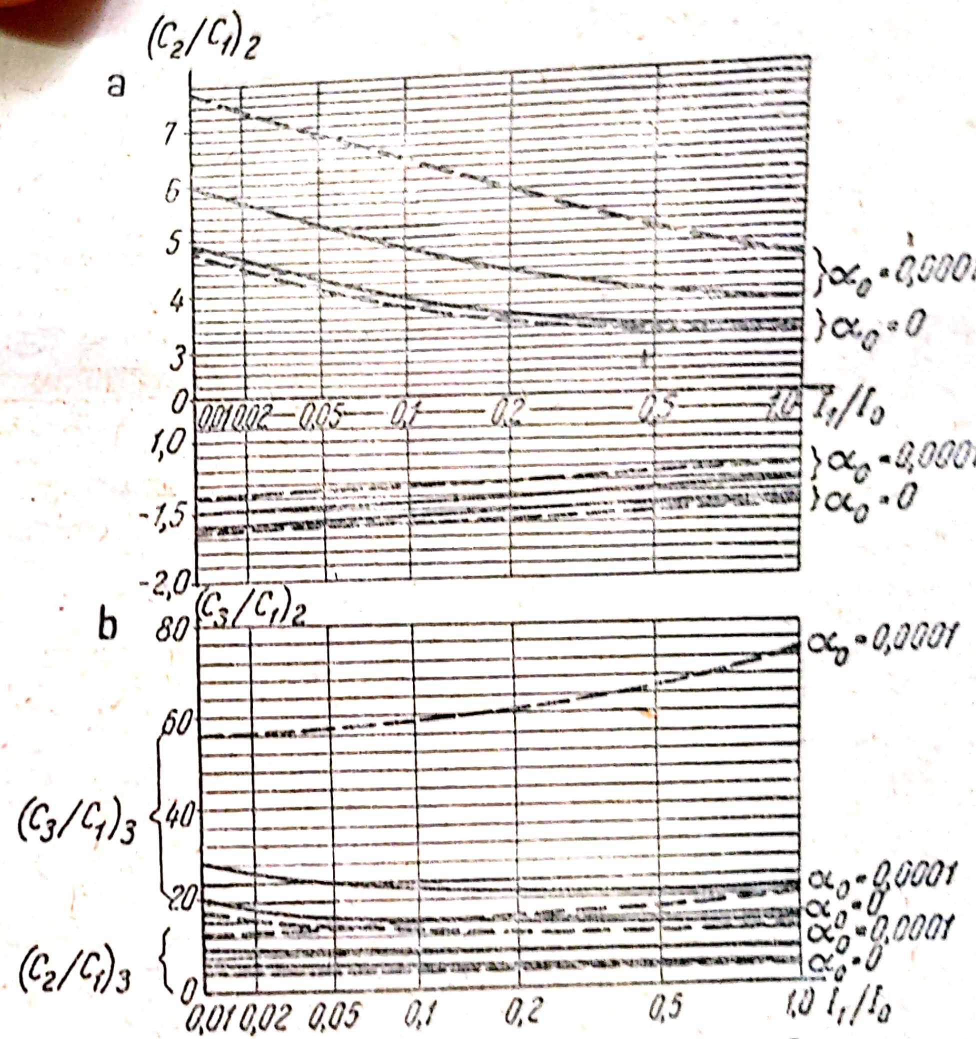


Fig. 10. Diagramele coeficienţilor $\left(\frac{C_2}{C_1}\right)_n$ şi $\left(\frac{C_3}{C_1}\right)_n$ pentru determinarea cu ajutorul formulei (15) a axei deformate a coşului de fum corespunzătoare perioadei a doua (*a*) şi a treia (*b*) maxime a oscilaţiilor proprii ale coşului:

——— pentru coşurile cu $\frac{l}{r_0} = 40$; — — — pentru coşurile cu $\frac{l}{r_0} = 80$.

cu clădirea, efectuarea unor calcule speciale pentru determinarea forțelor seismice care acționează asupra acestor părți ale clădirii, datorită complexității calculelor nu este rațională. Aici se poate recomanda să se ia valoarea maximă a produsului $\beta\eta=5$.

Tot astfel, la calculul balcoanelor, copertinelor de deasupra ușilor de intrare și altor elemente de construcție proeminente cu o masă neglijabilă în comparație cu clădirea, este indicat ca produsul $\beta\eta$ să se ia egal cu 5. In acest caz, încastrările acestor elemente în pereți se vor verifica la acțiunea forțelor seismice verticale în locul celor orizontale.

Buloanele de ancorare și alte elemente asemănătoare pentru prinderea de fundații a turnurilor, tuburilor, stîlpilor și altor elemente de construcție, precum și elementele care realizează îmbinarea dintre diferitele părți ale clădirilor și construcțiilor, se vor calcula la eforturile care se nasc în ele, în raport cu valorile forțelor seismice determinate pentru construcția considerată. La acele construcții în care eforturile care acționează asupra îmbinărilor de ancorare (locale) nu pot fi determinate din examinarea modului în care se comportă construcția în ansamblu, valoarea produsului $\beta\eta$ pentru calculul acestor îmbinări se va lua egală cu 5.

4. APRECIEREA CRITICĂ A METODEI PROPUSE PENTRU DETERMINAREA SARCINILOR SEISMICE

In scopul verificării metodei expuse pentru determinarea sarcinilor seismice care acționează asupra clădirilor și construcțiilor, s-a făcut calculul cîtorva tipuri de construcții care au suferit acțiunea cutremurului de la Așhabad din 1948. Aceste calcule au fost făcute conform PSP-101-51 și după noua metodă propusă.

In tabela 4 se dau rezultatele calculelor și observațiile făcute asupra degradărilor suferite de clădirile de zidărie[1]).

[1]) Datele folosite aici cu privire la clădirile de zidărie de cărămidă au fost luate din Darea de seamă întocmită de Kazgosproekt sub conducerea inginerului-arhitect V. V. Biriukov.

Tabela 4

Nr. grupului de obiecte	Tipul de clădire	Direcția soclului	Gradul de avariere	Nivelul clădirii
1	2	3	4	5
1	Case de locuit cu două niveluri, patru obiecte	Mai aproape de axa longitudinală	Considerabil, însă ceva mai mic decît la clădirile situate perpendicular față de cele dintîi	Primul Al doilea
	Idem	Mai aproape de axa transversală	Considerabil	Primul Al doilea
2	Case de locuit cu două niveluri, trei obiecte	În lungul axei longitudinale În lungul axei transversale	Două obiecte au fost puternic degradate (s-au prăbușit pereții longitudinali) iar un obiect s-a menținut relativ bine	Primul Al doilea Primul Al doilea
3	Clădirea școlii cu patru niveluri, cu subsol, corpul I	În lungul axei longitudinale	S-a degradat însă nu s-a prăbușit	Primul Al doilea Al treilea Al patrulea
	Idem, corpul II	În lungul axei transversale	S-a distrus complet	Primul Al doilea Al treilea Al patrulea
4	Clădirea sălii de sport, neetajată, un obiect	În lungul axei transversale	A fost puternic avariată, o parte din zidărie s-a prăbușit	Primul

<table>
<tr><th rowspan="3">Rezistența de rupere la forfecare a zidăriei
kgf/cm²</th><th colspan="4">Calculul după PSP-101-51</th><th colspan="4">Calculul după noua metodă</th></tr>
<tr><th colspan="2">Eforturile unitare de calcul, de forfecare din spaleți, τ kgf/cm²</th><th colspan="2">Raportul dintre eforturile unitare de calcul și rezistența de rupere a zidăriei din spaleți</th><th colspan="2">Eforturile unitare, de calcul, de forfecare din spaleți, τ kgf/cm²</th><th colspan="2">Raportul dintre eforturile unitare de calcul și rezistența de rupere a zidăriei din spaleți</th></tr>
<tr><th>în spaleții cei mai înguști</th><th>în spaleții cei mai lați</th><th>în spaleții cei mai înguști</th><th>în spaleții cei mai lați</th><th>în spaleții cei mai înguști</th><th>în spaleții cei mai lați</th><th>înguști</th><th>lați</th></tr>
<tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td></tr>
<tr><td>1,44
0,96</td><td>0,35
0,12</td><td>0,56
0,2</td><td>0,24
0,13</td><td>0,39
0,21</td><td>1,08
0,46</td><td>1,73
0,76</td><td>0,75
0,48</td><td>1,2
0,79</td></tr>
<tr><td>1,44
0,96</td><td>0,47
0,17</td><td>0,51
0,18</td><td>0,33
0,18</td><td>0,36
0,19</td><td>1,45
0,65</td><td>1,57
0,68</td><td>1
0,68</td><td>1,09
0,71</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1,63
1,3
1,63
1,3</td><td colspan="2">0,32
0,12</td><td colspan="2">0,2
0,09</td><td colspan="2">1
0,46</td><td colspan="2">0,61
0,35</td></tr>
<tr><td>0,22
0,08</td><td>0,24
0,09</td><td>0,14
0,06</td><td>0,15
0,07</td><td>0,68
0,3</td><td>0,74
0,34</td><td>0,42
0,23</td><td>0,46
0,26</td></tr>
<tr><td>1,85
1,77
1,41
1,05</td><td colspan="2">0,59
0,55
0,35
0,16</td><td colspan="2">0,32
0,31
0,25
0,15</td><td colspan="2">1,49
1,63
1,15
0,54</td><td colspan="2">0,81
0,92
0,82
0,51</td></tr>
<tr><td>2,04
1,85
1,45
1,06</td><td>0,73
0,66
0,42
0,18</td><td>0,76
0,69
0,44
0,19</td><td>0,36
0,36
0,29
0,17</td><td>0,37
0,37
0,3
0,18</td><td>1,83
1,95
1,38
0,61</td><td>1,9
2,04
1,44
0,65</td><td>0,9
1,05
0,95
0,58</td><td>0,93
1,1
1
0,61</td></tr>
<tr><td>1,54</td><td colspan="2">0,21</td><td colspan="2">0,14</td><td colspan="2">0,8</td><td colspan="2">0,52</td></tr>
</table>

Aceste date au mai fost publicate [8] însă în lucrarea de față li s-au adus modificări fundamentale, impuse de corectarea coeficientului β, de introducerea unui alt principiu de distribuire a sarcinii la pereții clădirilor, precum și de adoptarea unui alt criteriu de rezistență a zidăriei.

In schema de calcul a clădirilor din zidărie de cărămidă s-a admis că forțele seismice orizontale acționează în lungul uneia din axele principale ale clădirii. Aceste forțe sînt preluate numai de acei pereți portanți, ale căror axe coincid cu direcția șocului seismic. Pereții de pe direcția perpendiculară pe cea dintîi nu lucrează, însă se iau în considerare ca sarcină.

Intrucît o astfel de schemă constituie un sistem static multiplu nedeterminat, format din n stîlpi-plăci elastice, sarcina totală care le revine trebuie distribuită proporțional cu rigiditățile lor. Procedeul expus în lucrarea [8] corespundea unei distribuții a sarcinii seismice, proporționale cu rigiditățile la încovoiere (neglijîndu-se deformațiile de lunecare) ale pereților și spaleților care lucrează paralel. O astfel de distribuție este inexactă și s-a adoptat exclusiv în scopul simplificării calculelor. Distribuția sarcinii trebuie făcută proporțional cu rigiditatea totală a tuturor elementelor care lucrează paralel, ținîndu-se seama atît de deformațiile din încovoiere, cît și de cele din lunecare[1]).

Forțele orizontale, care acționează în planul spaleților produc fisuri oblice (fig. 11) cu deschidere maximă la mijlocul înălțimii și lățimii spaletului. De aceea, plecînd de la distribuția arătată mai sus a sarcinii la diferiți spaleți ai clădirii au fost calculate valorile eforturilor unitare maxime, care se produc în dreptul deschiderilor maxime ale fisurilor. După cum se știe, în aceste puncte se nasc eforturi unitare principale normale și tangențiale, ale căror valori absolute sînt egale.

După cum se poate vedea din fig. 12 ruperea pereților din zidărie de cărămidă s-a produs nu după planurile de acțiune ale eforturilor unitare principale ci datorită lunecării zidăriei prin rosturi și de aceea, spre deosebire de criteriul

---

[1]) In aceste calcule raportul dintre modulul de elasticitate transversală G și modulul lui Young (E) s-a luat egal cu 0,4.

adoptat anterior, [8] pentru capacitatea portantă a zidăriei — rezistența de rupere la întindere (R_t^n) — în prezent s-a luat rezistența de rupere la forfecare τ care se determină

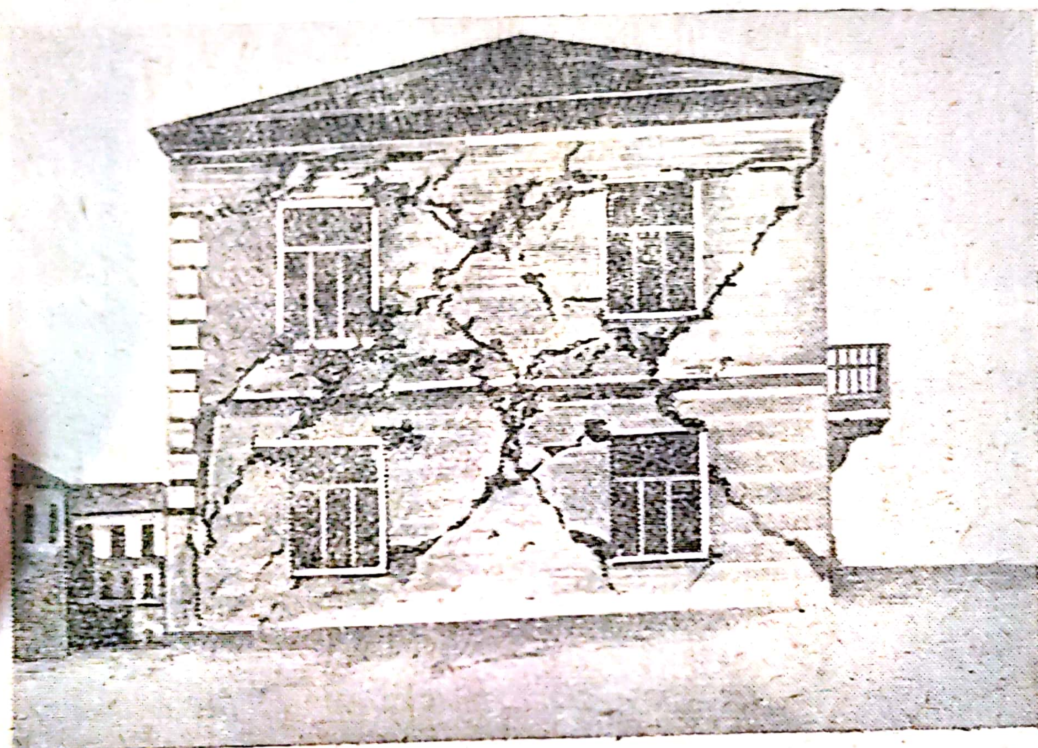




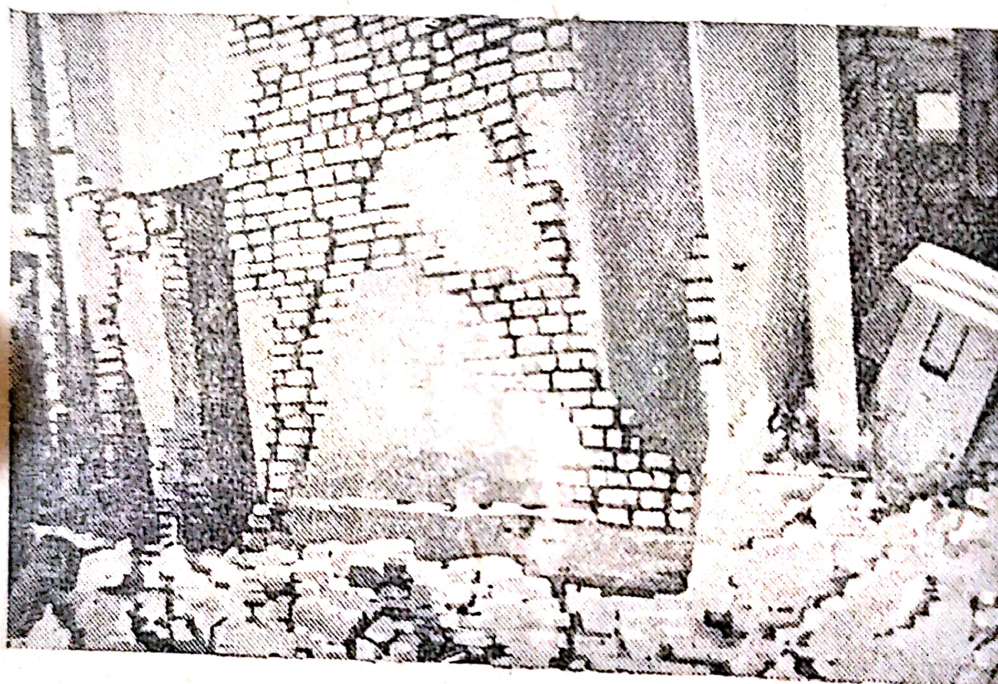
Fig. 11. Fisurile din spaleții clădirilor de zidărie produse de cutremur.

cu formula luată din lucrările [13], [14] în care însă s-a introdus o corecţie (m_c) prin care se ţine seama de influenţa aplicării repetate a sarcinii:

$$\tau = m_c (R_f^n + f\sigma_0), \qquad (20)$$

unde R_f^n este rezistenţa normată (rezistenţa de rupere) a zidăriei la forfecare;

f — coeficientul de frecare în rostul zidăriei, egal cu 0,7;



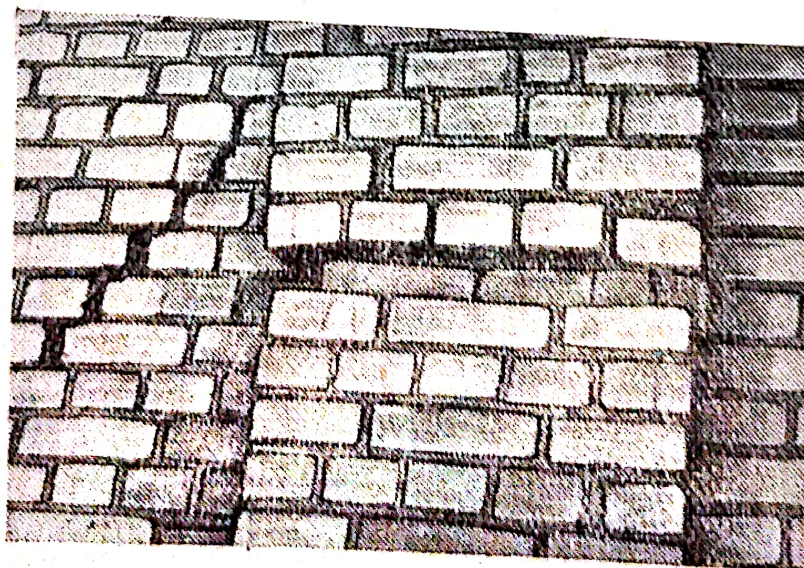


Fig. 12. Caracterul ruperii pereţilor din zidărie de cărămidă ai clădirilor, în urma cutremurului:
a — fragment de perete rupt; *b* — detaliu de perete rupt

σ_0 este efortul unitar de compresiune din secţiunea considerată;

$m_c = 0,7$ — coeficientul de corecţie prin care se ţine seama de reducerea rezistenţei zidăriei, ca o consecinţă a aplicării repetate a sarcinii seismice[1])

Valoarea lui R_f^n s-a determinat în raport cu marca mortarului (v. tabela 39 din lucrarea [13]; valorile intermediare au fost determinate prin interpolare).

Rezultatele calculelor sînt rezumate în tabela 4.

Trecînd la aprecierea rezultatelor calculelor date în coloanele 7—10 şi 11—14 din tabela 4, trebuie să amintim că drept rezistenţă de rupere la forfecare s-a luat mărimea τ calculată cu formula (20) care poate fi mai mare sau mai mică decît capacitatea portantă efectivă a zidăriei. De aceea, dacă se ţine seama că coeficientul de omogenitate a zidăriei la forfecare s-a luat egal cu 0,45 — 0,50 [5], [13], trebuie considerat că apariţia fisurilor în clădiri este posibilă nu numai atunci cînd $\frac{\tau_{calc}}{\tau} \geqslant 1$ dar şi atunci cînd $\frac{\tau_{calc}}{\tau} \geqslant 0,5$.

Examinarea coloanelor 7—10 din tabela 4, care corespund calculului conform PSP-101-51, arată că nici unul dintre obiecte nu ar fi trebuit să sufere degradări importante, deoarece eforturile unitare maxime nu au depăşit nicăieri 40% din rezistenţa de rupere la forfecare a zidăriei. Este drept că două case de locuit din grupul de obiecte nr. 2 nu sînt edificatoare deoarece caracterul ruperilor lor (separarea pereţilor longitudinali de cei transversali) nu corespunde schemei de calcul adoptate. Astfel, din numărul total de 14 obiecte o nepotrivire evidentă faţă de realitate se întîlneşte la 12 obiecte.

Trecînd acum la coloanele 11—14 din tabela 4, care corespund noii metode de calcul, se vede cu uşurinţă că toate casele de locuit cu cîte două niveluri din grupul de obiecte nr. 1 şi ambele clădiri cu cîte 4 niveluri din grupul de obiecte nr. 3, în urma cutremurului de gradul 9, ar fi trebuit să sufere degradări serioase şi poate chiar ar fi trebuit

---

[1]) Vezi articolul autorului din revista „Бюллетень строительной техники" nr. 3, 1958.

să se prăbușească complet. Acest rezultat al calculelor concordă cu rezultatele observațiilor făcute.

La obiectul nr. 4 (clădirea unei săli de sport) eforturile unitare din zidărie au atins doar 52% din rezistența de rupere, cu toate acestea însă, clădirea a suferit degradări importante. Aici, este drept, s-a prăbușit o porțiune de perete executată cu ocazia reconstruirii clădirii, la care calitatea mortarului și cărămizii era diferită de restul construcției. Nu se cunoaște însă care a fost calitatea zidăriei porțiunii de perete care s-a prăbușit.

Nu sînt pe deplin edificatoare nici rezultatele care se referă la casele de locuit cu două niveluri din grupul de obiecte nr. 2. Două case din acest grup de obiecte s-au prăbușit în urma smulgerii pereților longitudinali de cei transversali. Astfel, legătura slabă dintre pereți nu a permis elementelor principale, celor mai rigide ale clădirii să preia sarcinile și în consecință, construcția nu s-a comportat conform schemei adoptate în calcul. O a treia casă din acest grup, orientată sub un unghide 45° față de direcția șocului seismic, și care s-a menținut mai bine decît primele două, de asemenea a suferit degradări, ceea ce nu concordă cu rezultatele calculului deoarece eforturile unitare maxime din zidărie (la calculul făcut la rezultanta în lungul clădirii) au ajuns doar la 40—45% din rezistența de rupere.

Eforturile unitare date în coloanele 7—8 și 11—12 au fost calculate cu formula $\tau = \frac{S}{A}$, adică plecînd de la ipoteza distribuției lor uniforme în secțiune. Dacă se ține seama de neuniformitatea distribuției, care corespunde încovoierii, eforturile unitare maxime cresc de 1,5 ori în comparație cu valorile din tabelă. In acest caz, valorile rapoartelor $\frac{\tau_{calc}}{\tau}$ din coloanele 9—10, care corespund calculului conform PSP-101-51 se vor apropia de valoarea maximă 0,6 și de aceea nici aici nu ne putem aștepta la degradări importante ale clădirilor. In schimb, majorarea de 1,5 ori a eforturilor unitare în calculul după noua metodă va face ca raportul dintre eforturile unitare de calcul și rezistența zidăriei, la toate obiectele fără excepție, să se situeze într-un domeniu în care ruperea este pe deplin posibilă (valorile din coloa-

nele 13—14 se vor situa în intervalul ≈ 0,75 — 1,5). Aceasta va apropia și mai mult rezultatele calculelor de datele privitoare la comportarea efectivă a construcțiilor în timpul cutremurelor.

Rezumînd analiza tabelei 4, se poate trage concluzia că, prin aplicarea calculului după noua metodă se observă o mai bună concordanță cu rezultatele observațiilor, decît în cazul calculului conform PSP-101-51. In ansamblu, concordanța rezultatelor calculului și observației se constată în 10 cazuri din 12, adică aproximativ într-o proporție de 80%.

Apoi s-a făcut verificarea prin calcul a clădirii cu trei niveluri cu schelet de rezistență a unei fabrici din Așhabad[1]).

Rezultatele calculului, în care s-a ținut seama de greutatea proprie și de sarcina utilă la unele elemente mai solicitate, se dau în tabela 5 în care, pe lîngă valorile momentelor corespunzătoare unui cutremur de gradul 9, se dau și valorile momentelor de rupere, calculate pentru un procent de armare de 1% și 2% a elementelor de beton armat a construcției. Acest din urmă lucru a fost impus de faptul că nu era cunoscut procentul de armare efectiv al construcției.

Compararea acestor date arată că sarcina seismică, atît în cazul determinării sale conform PSP-101-51 cît și după noua metodă, putea să producă momente mai mari decît M_r și în consecință putea produce deformații plastice numai în stîlpii de margine de la ultimul nivel al clădirii. Deoarece însă cadrul scheletului lucrează ca un tot unitar, evident că o oarecare supraîncărcare a stîlpilor de margine nu putea produce ruperea lor, ci numai o redistribuire a sarcinii.

Capacitatea portantă a secțiunilor dată în tabela 5 a fost calculată după N și TU-123-55, adică corespunde cazului de lungă durată al unei sarcini statice. Dacă valorile momentelor de rupere ar fi fost calculate ținînd seama de acțiunea de scurtă durată a forțelor seismice și ținînd seama de posibilitatea producerii unor deformații plastice în secțiune, coeficientul de siguranță al construcțiilor examinate ar fi fost și mai mare.

[1]) Acest calcul ca și calculul care se dă mai departe al elementelor portante de la un castel de apă și de la un coș de fum au fost efectuate de inginerul V. S. Pavlik.

Tabela 5

Denumirea elementelor cadrului	Momentele, în tfm, care pot fi preluate de secțiunea armată cu		Momentele, în tfm, din secțiuni calculate conform:		Raportul dintre momente			
	1% M_1	2% M_2	PSP-101-51 M_v	După noua metodă M_n	$\frac{M_1}{M_v}$	$\frac{M_2}{M_v}$	$\frac{M_1}{M_n}$	$\frac{M_2}{M_n}$
Nivelul III:								
Stîlpii de margine	10,2	15,8	13	16	0,78	1,2	0,64	0,99
Stîlpii de mijloc	15	20	11	14	1,35	1,85	1,08	1,46
Nivelul I:								
Stîlpii de margine	90,5	136,5	47	37	1,9	2,9	2,4	3,7
Stîlpii de mijloc	135	180	39	36	3,5	4,6	3,7	5

După cum se știe, această clădire s-a comportat bine la cutremurul din anul 1948 și prin urmare, în cazul de față rezultatele calculului concordă cu comportarea efectivă a construcției.

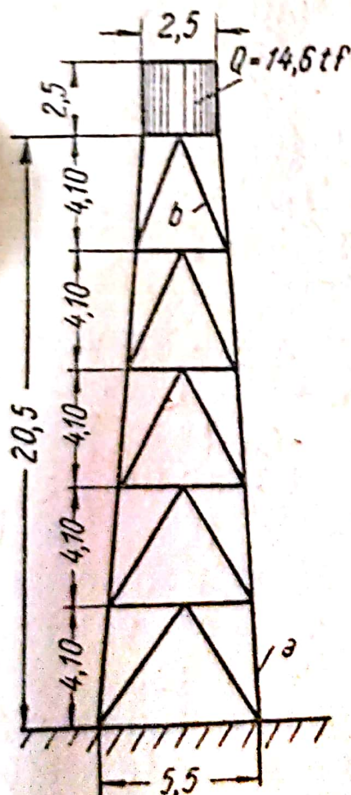


Fig. 13. Schema castelului de apă metalic, cu zăbrele care a rezistat la cutremurul de la Așhabad din anul 1948.

In fig. 13 se arată schema unui castel de apă metalic cu zăbrele care de asemenea s-a comportat bine la cutremurul de la Așhabad, fără a suferi degradări importante[1]). Rezultatele verificării prin calcul după noua metodă a acestei construcții se dau în tabela 6.

Din tabelă se vede că construcția nu trebuia să se rupă, adică și aici rezultatele experienței concordă cu cele ale calculului. Rezultatele calculului acestei construcții conform PSP-101-51 nu se dau întrucît acestea conduc la eforturi unitare și mai mici.

In fine, s-a făcut verificarea prin calcul după metoda veche și cea nouă

[1]) Pentru calcul au fost folosite datele puse la dispoziție de către Institutul de construcții al Academiei de științe a R.S.S. Gruzine (Ș. A. Djabua, Ș. G. Napetvaridze și A. L. Ciuraian).

Tabela 6

Perioadele oscilaţiilor proprii *T* s	Coeficientul dinamic β_1	Notaţia barelor în fig. 13	Eforturile tf		Efortul unitar maxim kgf/cm²
			Din sarcina statică	Din sarcina seismică	
0,395	4,03	*a* *b*	4,7 —	10,7 3,9	840 2 000

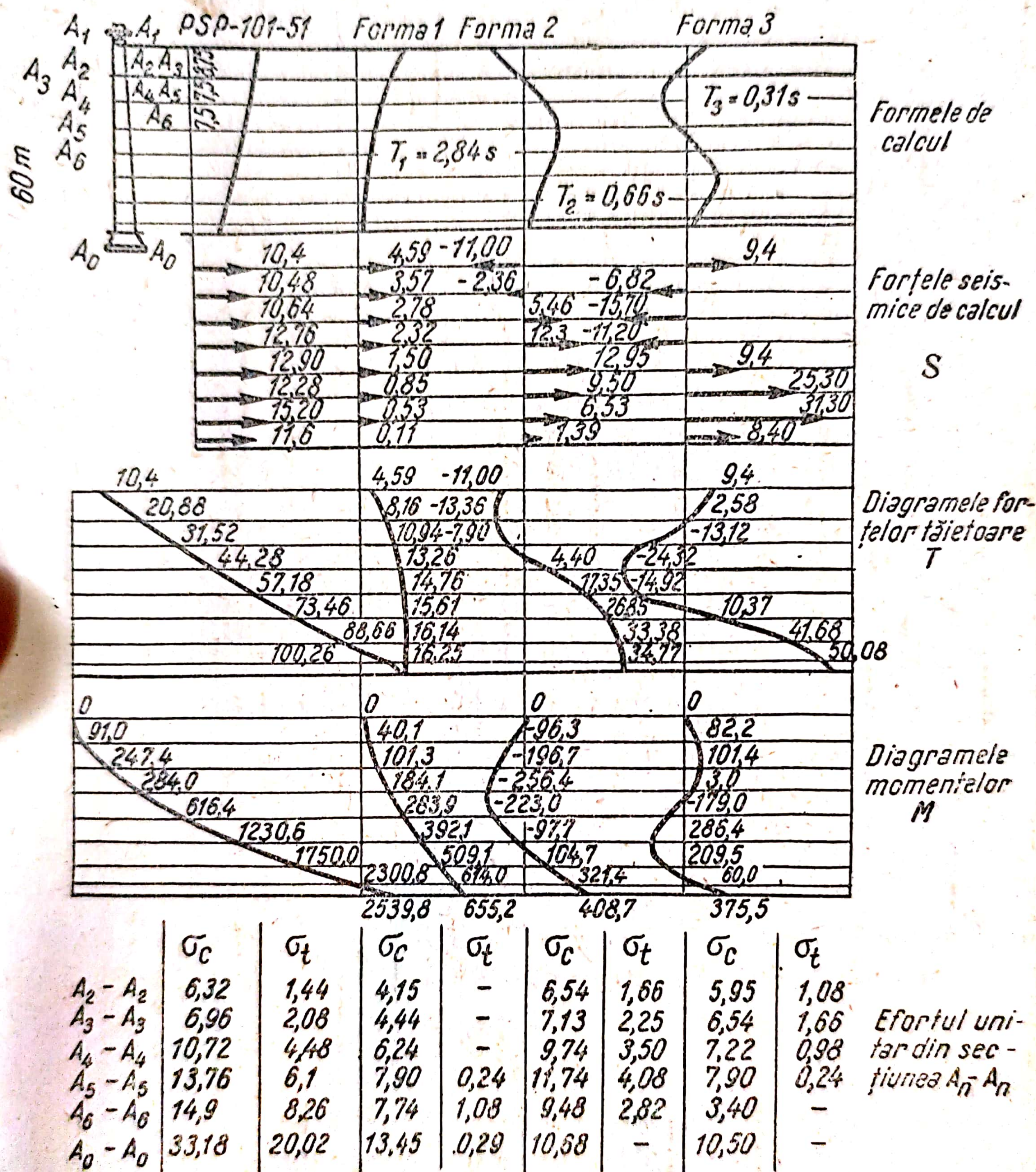
a coşului de fum a cărui parte superioară [1]) s-a prăbuşit în timpul cutremurului de la Aşhabad. Din datele arătate în fig. 14 se vede că conform calculului după metoda din PSP-101-51 coşul trebuia să se prăbuşească, însă prăbuşirea coşului trebuia să se producă la bază, unde din calcul rezultă eforturi unitare maxime în zidărie.

Calculul după noua metodă arată că pentru coşul considerat porţiunea cea mai periculoasă este cea situată aproximativ în intervalul de 15—28 m de la partea sa superioară, unde eforturile unitare de întindere din zidărie depăşesc rezistenţele de calcul cam de $\frac{4,08}{1,2} \approx 3,4$ ori. Prin urmare în acest caz metoda de calcul propusă nu numai că concordă prin faptul că coşul s-a rupt, dar şi caracterizează corect schema de rupere a acestuia.

Aici trebuie menţionat că valorile date în fig. 14 obţinute la calculul coşului după noua metodă au fost determinate cu ajutorul valorilor coeficientului β calculat cu formula (13) fără vreo delimitare a valorilor sale minime ($\beta \leqslant 1$). S-a procedat astfel pentru motivul că în vederea comparării noii metode de calcul cu observaţiile asupra comportării efective a construcţiei ar fi fost greşit să se introducă corecţii justificate numai printr-o anumită precauţie. Dacă însă calculul coşului s-ar face cu aplicarea delimitării amintite, aceasta ar conduce la o modificare a forţelor seismice care corespund numai primei forme a oscilaţiilor şi care în acest caz ar creşte de 1,89 ori. In aceeaşi proporţie, pentru această

[1]) Lungimea porţiunii prăbuşite a coşului conform datelor obţinute din sursa citată la trimiterea precedentă a fost de 18 m.

formă a oscilaţiilor, vor creşte şi valorile lui M şi T, iar valorile eforturilor unitare de întindere, pentru secţiunile $A_5=A_5$, $A_6=A_6$ şi $A_0=A_0$, vor fi respectiv $\sigma_{calc}=2,27$;



	σ_c	σ_t	σ_c	σ_t	σ_c	σ_t	σ_c	σ_t
A_2-A_2	6,32	1,44	4,15	–	6,54	1,66	5,95	1,08
A_3-A_3	6,96	2,08	4,44	–	7,13	2,25	6,54	1,66
A_4-A_4	10,72	4,48	6,24	–	9,74	3,50	7,22	0,98
A_5-A_5	13,76	6,1	7,90	0,24	11,74	4,08	7,90	0,24
A_6-A_6	14,9	8,26	7,74	1,08	9,48	2,82	3,40	–
A_0-A_0	33,18	20,02	13,45	0,29	10,68	–	10,50	–

Fig. 14. Rezultatele calculului comparativ al coşului de zidărie de cărămidă cu înălţimea $H=60$ m.

3,28 şi 3,72 kgf/cm². Prin urmare, şi în cazul unui astfel de calcul forma a doua a oscilaţiilor coşului este mai periculoasă din punct de vedere al rezistenţei construcţiei şi

caracterizează mai just secțiunile periculoase pe înălțimea construcției.

Făcînd rezumatul comparațiilor dintre comportarea efectivă a construcțiilor și rezultatele calculului trebuie ținut seama de caracterul pronunțat convențional al acestor calcule. Sînt convenționale nu numai premizele de calcul recomandate, referitoare la schemele de calcul ale construcțiilor și valorile coeficienților β și η, dar și celelalte date inițiale, a căror exactitate este relativă, cum ar fi de exemplu valoarea efectivă a intensității șocului seismic, calitatea materialelor, valorile maselor efective ale construcțiilor etc. De aceea, se pare că concordanța dintre rezultatele calculului și datele asupra comportării efective a construcțiilor în timpul cutremurelor, din punct de vedere practic poate fi apreciată ca satisfăcătoare.

Din punct de vedere al evaluării critice a metodei propuse pentru calculul construcțiilor la solicitări seismice, prezintă de asemenea un interes neîndoielnic și compararea acesteia cu metodele de calcul care se aplică în alte țări.

In acest scop în tabela 7 se dau valorile coeficienților cu care trebuie înmulțită greutatea construcției pentru aflarea valorii de calcul a forței seismice.

Tabela 7

Denumirea țării	Coeficienții adoptați
S. U. A., normele în vigoare	0,03–0,13
Italia [12]	0,10–0,17
Noua Zeelandă [12]	0,10
Țările Americii de Sud [12]	0,06–0,12
Japonia [12]	
a) după norme	0,10
b) valorile folosite în practică	0,15–0,20

Pentru a compara datele din tabela 7 cu noua metodă de calcul expusă mai sus, trebuie folosite produsele de coeficienți $k_s \beta \eta$.

Unele valori ale produselor $k_s \beta \eta$, calculate ca exemplu pentru diferite tipuri de construcții, se dau în tabela 8.

In tabela 8 pentru fiecare tip de construcție, pe lîngă factorii care corespund unui anumit etaj se dau și valorile medii pentru întreaga clădire în ansamblu. Aceste valori sînt cele mai caracteristice pentru compararea cu datele din tabela 7, în care în general se dau coeficienții care se referă la clădirile luate în ansamblu. Aici trebuie remarcat că valorile medii ale produselor $k_s\beta\eta$ din tabela 8, calculate ținînd seama de masa întregii construcții în ansamblu, nu reprezintă media aritmetică a valorilor date în tabela 8.

Tabela 8

Tipul de construcție	Produsul de coeficienți $k_s\beta\eta$ în cazul seismicității în grade		
	7	8	9
Clădire de locuit de zidărie cu două niveluri:			
Primul nivel	0,07	0,135	0,27
Al doilea nivel	0,095	0,19	0,38
Media pentru întreaga clădire . . .	0,06	0,12	0,24
Clădire de locuit de zidărie cu patru niveluri:			
primul nivel	0,03	0.065	0,13
al doilea nivel	0,06	0,12	0,24
al treilea nivel	0,08	0,16	0,32
al patrulea nivel	0,085	0,17	0,34
Media pentru întreaga clădire . . .	0,055	0,11	0,22
Clădire pe schelet cu patru niveluri:			
primul nivel	0,005	0,01	0,02
al doilea nivel	0,02	0,04	0,08
al treilea nivel	0,03	0,06	0,12
al patrulea nivel	0,04	0,08	0,16
Media pentru întreaga clădire . . .	0,025	0,05	0,1

Compararea tabelei 7 cu tabela 8 arată că valorile medii ale produselor $k_s\beta\eta$ pentru regiunile cu seismicitatea de gradul 7—8 corespund coeficienților adoptați în alte țări. In schimb, pentru regiunile de gradul 9, acești coeficienți sînt

mai mari decît în majoritatea țărilor străine și valorile lor se încadrează în intervalul dintre cele adoptate în Japonia pentru construcțiile civile, clădirile publice și construcțiile inginerești.

O analiză mai amănunțită a normelor străine celor mai perfecționate privitoare la construcțiile antiseismice, cum sînt de exemplu codurile americane, arată că în acestea din urmă ca și în noua metodă de calcul, expusă anterior, se întîlnesc coeficienții β și η. Acest lucru se vede cel mai limpede în proiectul de norme întocmit de Comisia formată din reprezentanții secțiunii din California a ASCE și a Asociației Inginerilor constructori din California de Nord [16]. Conform acestui proiect coeficientul seismic C (analog cu produsul $k_s\beta$), cu care se înmulțește greutatea întregii clădiri, se calculează cu formula:

$$C=\frac{0{,}015}{T}, \text{ însă este minimum } 0{,}02 \text{ și maximum } 0{,}06 \qquad (21)$$

și pentru alte tipuri de construcții cu formula

$$C=\frac{0{,}025}{T}, \text{ însă este minimum } 0{,}3 \text{ și maximum } 0{,}1 \qquad (22)$$

unde T este perioada oscilațiilor proprii ale clădirii sau construcției considerate.

Forța orizontală totală V calculată astfel se distribuie pe înălțimea clădirii, conform formulei

$$F_x=V\frac{\omega_x h_x}{\sum\omega h}, \qquad (23)$$

unde F_x este forța aplicată la nivelul x;

ω_x — greutatea la nivelul x;

h_x — înălțimea nivelului x de la baza construcției.

Trebuie remarcat că corecția privitoare la forma oscilației adică determinarea forței F_x cu formula (23) se face într-un mod mai primitiv decît după noua metodă propusă pentru determinarea forțelor seismice și în majoritatea cazurilor are valori mai mari decît η.

Analiza și compararea normelor străine cu metoda de determinare a sarcinilor seismice expusă în lucrarea de față ne permite să considerăm că în această nouă metodă se ține

seama de toţi factorii principali, care au o influenţă esenţială asupra valorii forţelor seismice.

Astfel se poate constata că deosebirile dintre normele de calcul străine şi metoda propusă, în cazul determinării forţelor seismice în regiunile cu seismicitate de gradul 9, se datoresc valorii coeficientului k_s, egal cu 0,1. După cum s-a arătat anterior, la elaborarea noii metode de determinare a sarcinii seismice coeficienţii k_s au rămas neschimbaţi.

Noua metodă de calcul prevede posibilitatea de a se ţine seama de eforturile care se nasc în cazul formelor superioare ale oscilaţiilor construcţiilor, ceea ce are o importanţă practică primordială pentru construcţiile flexibile; normele străine neglijează aceasta.

In încheiere trebuie să ne oprim asupra problemei modificărilor din punct de vedere economic pe care le poate aduce după sine aplicarea noii metode de calcul în comparaţie cu metoda adoptată de PSP-101-51.

Se pare că cea mai mare creştere a sarcinilor seismice se va obţine în cazul caselor de locuit de zidărie cu puţine niveluri (pînă la 3 niveluri) şi în cazul altor construcţii asemănătoare din punct de vedere al caracteristicilor dinamice.

Majoritatea acestor construcţii, în raport cu caracteristicile lor de frecvenţă, se încadrează în zona valorilor maxime ale coeficientului β şi în consecinţă aici se va întîlni şi diferenţa cea mai mare dintre forţele seismice de calcul. Valoarea maximă a forţei seismice de calcul (pentru etajele superioare) conform noii metode de calcul, creşte de 3,8 ori în comparaţie cu normele vechi (PSP-101-51). Prin urmare, la prima vedere s-ar părea că are loc o creştere mare a sarcinilor şi în consecinţă aceasta va atrage după sine necesitatea unei majorări sensibile a dimensiunilor elementelor de construcţie portante (pereţilor) ale clădirilor. In realitate nu este aşa.

In primul rînd o astfel de creştere a forţelor de calcul (adică de 3,8 ori) se referă numai la etajul superior al clădirii, creşterea medie a forţelor seismice de calcul pe întreaga clădire, luată în ansamblu, este de ≈ 2,4 ori. Apoi, aşa cum s-a arătat anterior, calculele făcute în trecut la sarcini seis-

mice, corespundeau acelei perioade în care capacitatea portantă a construcţiilor era determinată de rezistenţele admisibile şi nu de rezistenţa de rupere a materialului. Făcînd o apreciere aproximativă a raportului dintre aceste două caracteristici ale materialului, se poate considera că rezistenţa de rupere în medie este cu circa 20% mai mare decît σ_a. Ţinînd seama de acest lucru, la compararea valorilor de calcul ale forţelor seismice, în noua metodă de calcul acestea trebuie împărţite cu 1,2 şi în consecinţă creşterea totală a sarcinilor seismice de calcul în comparaţie cu normele vechi va fi $\frac{2,4}{1,2}=2$.

In al doilea rînd trebuie remarcat că, în mod obişnuit, la clădirile de zidărie cu puţine niveluri, dimensiunile pereţilor nu sînt impuse de capacitatea lor portantă, ci de alţi factori şi în majoritatea cazurilor, practic dublarea valorii sarcinii, cel puţin în regiunile cu seismicitatea de gradul 7 şi 8, nu va impune o îngroşare sensibilă a pereţilor. Proiectarea experimentală efectuată de inginerii N. A. Dîhovicinaia şi I. M. Iusfin (Atelierul de arhitectură din Moscova al Ministerului construcţiilor R.S.F.S.R.) a arătat că în regiunile cu seismicitatea de gradul 8, la clădirile de locuit cu înălţimea pînă la două niveluri nu a fost necesară îngroşarea pereţilor. In schimb, la clădirile cu patru niveluri, aria totală a secţiunii transversale a pereţilor portanţi de la parter a necesitat o majorare de 10 — 15%.

In al treilea rînd pe măsura creşterii numărului nivelurilor clădirii (peste 3) produsul $\beta\eta$ se va micşora. Aceasta va permite folosirea pe scară mai mare a clădirilor mai înalte în regiunile seismice, ceea ce pînă în prezent întîmpina mari dificultăţi şi ceea ce probabil, în anumite cazuri va fi mai raţional din punct de vedere economic.

Prin aplicarea noii metode, forţele seismice de calcul în cazul clădirilor industriale etajate cu schelet de rezistenţă vor creşte într-o măsură mai mică, în comparaţie cu PSP-101-51, decît la clădirile de zidărie.

In două calcule făcute pentru clădiri cu trei şi cu patru niveluri, s-a constatat că dacă pentru compararea noilor valori ale forţelor seismice de calcul cu valorile lor anterioare nu se foloseşte corecţia α (care se introduce în calcul

conform punctului 12 din PSP-101-51) atunci în medie pentru întreaga construcție, luată în ansamblu, forțele seismice vor reprezenta respectiv 1,3 și 1 din valoarea lor anterioară. Ținînd însă seama de trecerea de la rezistențele admisibile la rezistențele de calcul (adică coeficientul 1,2) variația forțelor seismice va fi respectiv 1,1 și 0,8.

Prin urmare, la clădirile de acest tip, se pare de asemenea că nu va fi necesară o majorare a secțiunilor elementelor portante.

Dacă însă, făcînd comparația între forțele seismice de calcul, valorile obținute conform PSP-101-51 s-ar determina ținîndu-se seama de coeficientul α, s-ar constata că adoptarea noii metode de determinare a sarcinilor seismice conduce la o micșorare sensibilă a acestora — circa cu 30—35%.

In fine, studiul construcțiilor flexibile (de tipul coșurilor de fum) arată că sarcina seismică totală ce revine construcției, nu numai că nu va crește, ci dimpotrivă în anumite cazuri (în cazul obiectelor mai înalte) chiar se va micșora considerabil. Așa, de exemplu, calculul după noua metodă, al coșului de fum cu înălțimea de 120 m a arătat că forța tăietoare la baza coșului s-a redus, în comparație cu PSP-101-51, cu de peste 3 ori, iar momentul încovoietor — cam de 2,5 ori, Prin urmare, adoptarea noii metode nu numai că nu va mări prețul de cost al unor astfel de construcții, ci va permite chiar să se renunțe la limitarea înălțimii lor.

In consecință, introducerea noii metode de determinare a sarcinilor seismice nu va atrage după sine modificări esențiale ale costului construcțiilor și în același timp va permite o sporire a stabilității seismice a acestora.

Din cele expuse pînă aici se poate trage concluzia că noua metodă de calcul oglindește într-o măsură mai bună comportarea efectivă a construcțiilor în timpul cutremurelor în comparație cu metoda adoptată în PSP-101-51. Aceasta permite o sporire a stabilității seismice a construcțiilor și înlăturarea limitelor impuse înălțimilor maxime. De aceea, cu toate că noua metodă de calcul la solicitări seismice este ceva mai laborioasă decît cea anterioară, adoptarea ei pentru nevoile practice va fi fără îndoială rațională.

5. EXEMPLE DE DETERMINARE A SARCINILOR SEISMICE

EXEMPLUL I. DETERMINAREA SARCINILOR SEISMICE LA UN CADRU DE BETON ARMAT

Se cere să se determine sarcinile seismice la un cadru de beton armat cu patru niveluri, în cazul seismicității de calcul de gradul 8. Schema constructivă a cadrului este arătată în fig. 15, *a*. Calculul [1]) s-a făcut după o schemă mai exactă (fig. 15, *b*) și după o schemă simplificată (fig. 15, *c*).

Fig. 15. Schemele cadrului cu patru niveluri:
a — schema constructivă; *b* — schema de calcul mai exactă; *c* — schema de calcul simplificată.

1. Calculul după schema mai exactă

Schema de calcul mai exactă precum și notațiile adoptate sînt arătate în fig. 15, *b*.

Frecvențele și formele oscilațiilor proprii [2]) se află din ecuațiile:

$$\left.\begin{aligned}
&(p^2m_1\delta_{11}-1)\,X_1+p^2m_2\delta_{12}X_2+\ldots+p^2m_n\delta_{1n}X_n=0;\\
&p^2m_1\delta_{21}X_1+(p^2m_2\delta_{22}-1)\,X_2+\ldots+p^2m_n\delta_{2n}X_n=0;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&p^2m_1\delta_{n1}X_1+p^2m_2\delta_{n2}X_2+\ldots+(p^2m_n\delta_{nn}-1)\,X_n=0,
\end{aligned}\right\}\quad(24)$$

1) Calculul a fost făcut de T. M. Kuznețova.

2) Calculul oscilațiilor proprii se face după metoda propusă de E. E. Sigalov.

unde p este frecvenţa circulară a oscilaţiilor proprii ale sistemului;

$m_1, m_2, \dots$ sînt masele concentrate la nivelurile etajelor respective;

$\delta_{11}, \delta_{12} \dots$ — deplasările punctului *1* sub acţiunea forţei unitare aplicate respectiv în punctele *1, 2, ...*;

$\delta_{21}, \delta_{22} \dots$ — deplasările punctului *2* sub acţiunea aceloraşi forţe;

$X_1, X_2 \dots$ — amplitudinile oscilaţiilor respectiv în punctele *1, 2, ...*

Valorile deplasărilor δ se determină cu formulele:

$$\left.\begin{aligned}
\delta_{11} &= \frac{1}{12}(F_1 + R_1); \\
\delta_{1k} &= \delta_{11} + \frac{l_1 l_2}{48 r_1 + 4 f_1}; \\
\delta_{kk} &= \frac{1}{12}\left(F_k + R_k + \frac{l_k^2}{4 r_k}\right); \quad k = 2, 3, \dots \\
\delta_{k,m} &= \delta_{k,k+1} = \dots = \delta_{kn} = \delta_{kk} + \frac{l_k l_{k+1}}{48 r_k}
\end{aligned}\right\} \quad (25)$$

unde

$$\left.\begin{aligned}
F_k = \sum_1^k \frac{l_i^2}{f_i}; \quad R_1 = \frac{l_1^2}{4 r_1 + 0{,}33 f_1}; \quad R_2 = \frac{(l_1 + l_2)^2}{4 r_1 + 0{,}33 f_1}; \\
R_k = R_{k-1} + \frac{(l_{k-1} + l_k)^2}{4 r_k}
\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

f_i sînt sumele rigidităţilor liniare ale stîlpilor pe etaje;

r_i — sumele rigidităţilor liniare ale riglelor pe etaje;

l_i — înălţimile etajelor.

a) Calculul deplasărilor δ

Sumele rigidităţilor liniare ale stîlpilor pe etaje:

$$f_1 = 20{,}16 \cdot 10^3 \text{ tfm}; \quad f_2 = 16{,}12 \cdot 10^3 \text{ tfm};$$
$$f_3 = 12{,}09 \cdot 10^3 \text{ tfm}; \quad f_4 = 8{,}07 \cdot 10^3 \text{ tfm}.$$

Tabela 9

Nivelul	f tfm	F m/tf	r tfm	R m/tf	$\frac{l^2}{4r}$ m/tf
Primul	$20{,}16 \cdot 10^3$	$F_1=\frac{l_1^2}{f_1}=\frac{4{,}5^2}{20{,}16\cdot 10^3}=$ $=100{,}44\cdot 10^{-5}$	$5{,}04\cdot 10^3$	$R_1=\frac{l_1^2}{4r_1+0{,}33f_1}=$ $=\frac{4{,}5^2}{4\cdot 5{,}04\cdot 10^3+0{,}33\cdot 20{,}16\cdot 10^3}=$ $=75{,}33\cdot 10^{-5}$	
Al doilea	$16{,}12\cdot 10^3$	$F_2=F_1+\frac{l_2^2}{f_2}=100{,}44\cdot 10^{-5}+$ $+\frac{4{,}5^2}{16{,}12\cdot 10^3}=225{,}99\cdot 10^{-5}$	$4{,}04\cdot 10^3$	$R_2=\frac{(l_1+l_2)^2}{4r_1+0{,}33f_1}=$ $=\frac{(4{,}5+4{,}5)^2}{4\cdot 5{,}04\cdot 10^3+0{,}33\cdot 20{,}16\cdot 10^3}=$ $=301{,}32\cdot 10^{-5}$	$\frac{l_2^2}{4r_2}=\frac{4{,}5^2}{4\cdot 4{,}04\cdot 10^3}=$ $=125{,}35\cdot 10^{-5}$
Al treilea	$12{,}09\cdot 10^3$	$F_3=F_2+\frac{l_3^2}{f_3}=225{,}99\cdot 10^{-5}+$ $+\frac{4{,}5^2}{12{,}09\cdot 10^3}=393{,}66\cdot 10^{-5}$	$3{,}02\cdot 10^3$	$R_3=R_2+\frac{(l_2+l_3)^2}{4r_2}=$ $=301{,}32\cdot 10^{-5}+\frac{(4{,}5+4{,}5)^2}{4\cdot 4{,}04\cdot 10^3}=$ $=803{,}52\cdot 10^{-5}$	$\frac{l_3^2}{4r_3}=\frac{4{,}5^2}{4\cdot 3{,}02\cdot 10^3}=$ $=167{,}67\cdot 10^{-5}$
Al patrulea	$8{,}07\cdot 10^3$	$F_4=F+_3\frac{l_4^2}{f_4}=393{,}66\cdot 10^{-5}+$ $+\frac{4{,}5^2}{8{,}07\cdot 10^3}=644{,}35\cdot 10^{-5}$	$2{,}02\cdot 10^3$	$R_4=R_3+\frac{(l_3+l_4)^2}{4r_3}=$ $=803{,}52\cdot 10^{-5}+\frac{(4{,}5+4{,}5)^2}{4\cdot 3{,}02\cdot 10^3}=$ $=1\,473{,}8\cdot 10^{-5}$	$\frac{l_4^2}{4r_4}=\frac{4{,}5^2}{4\cdot 2{,}02\cdot 10^3}=$ $=250{,}7\cdot 10^{-5}$
		$\Sigma F=1\,364{,}44\cdot 10^{-5}$		$\Sigma R=2\,653{,}97\cdot 10^{-5}$	$\sum\frac{l^2}{4r}=543{,}72\cdot 10^{-5}$

unde

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= m_1\delta_{11} + m_2\delta_{22} + \ldots + m_n\delta_{nn}; \\ B_2 &= m_1^2\delta_{11}^2 + m_2^2\delta_{22}^2 + \ldots + m_n^2\delta_{nn}^2 + 2\,[m_1(m_2 + m_3 + \\ &+ \ldots + m_n)\,\delta_{1n}^2 + m_2(m_3 + m_4 + \ldots + m_n)\,\delta_{2n}^2 + \\ &+ \ldots + m_{n-1}m_n\delta_{n-1,n}^2]; \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

$$\overline{B}_1 = B_1 - \frac{1}{p_1^2}; \quad \overline{B}_2 = B_2 - \frac{1}{p_1^4}. \quad (31)$$

Valorile numerice ale diferiţilor termeni care intră în expresiile mărimilor B sînt:

$$m_1\delta_{11} = 64{,}66\cdot10^{-5} \qquad m_2\delta_{24} = 291{,}21\cdot10^{-5}$$

$$m_2\delta_{22} = 244{,}33\cdot10^{-5} \qquad m_3\delta_{24} = 283{,}95\cdot10^{-5}$$

$$m_3\delta_{33} = 498{,}82\cdot10^{-5} \qquad m_4\delta_{24} = 251{,}59\cdot10^{-5}$$

$$m_4\delta_{44} = 765{,}88\cdot10^{-5} \qquad m_3\delta_{34} = 560{,}10\cdot10^{-5}$$

$$m_1\delta_{14} = 92{,}34\cdot10^{-5} \qquad m_4\delta_{34} = 496{,}27\cdot10^{-5}$$

$$m_2\delta_{14} = 94{,}04\cdot10^{-5}$$

$$m_3\delta_{14} = 91{,}70\cdot10^{-5}$$

$$m_4\delta_{14} = 81{,}25\cdot10^{-5}$$

Valorile lui B_1 şi B_2:

$$B_1 = (64{,}66 + 244{,}33 + 498{,}82 + 765{,}88)\,10^{-5} \approx 1{,}5737\cdot10^{-2};$$

$$\begin{aligned} B_2 = [&64{,}66^2 + 244{,}33^2 + 498{,}82^2 + 765{,}88^2 + 2\,\{92{,}34\,(94{,}04 + \\ &+ 91{,}70 + 81{,}25) + 291{,}21\,(283{,}95 + 251{,}59) + \\ &+ 560{,}10\cdot496{,}27\}]\cdot10^{-10} \approx 1{,}8164\cdot10^{-4}. \end{aligned}$$

Prin urmare limitele frecvenţei celei mai joase a oscilaţiilor proprii sînt:

$$\frac{1}{\sqrt{B_2}} = \frac{10^2}{\sqrt{1{,}8164}} = \frac{100}{1{,}3475} = 74{,}2;$$

$$\frac{2}{B_1\left(1+\sqrt{2\frac{B_2}{B_1^2}-1}\right)}=\frac{200}{1{,}5737\left(1+\sqrt{2\frac{1{,}8164}{1{,}5737^2}-1}\right)}=$$

$$=\frac{200}{1{,}5737\,(1+\sqrt{1{,}464-1})}=\frac{200}{1{,}5737\cdot 1{,}681}=75{,}7.$$

Pentru determinarea formei oscilaţiilor, adică a raportului dintre amplitudinile oscilaţiilor X_i în diferitele puncte, înlocuim valoarea medie $p_1^2=75$ în ecuaţiile iniţiale (24), adică

$$(0{,}0485-1)\,X_1+0{,}0705X_2+0{,}0688X_3+0{,}0609X_4=0; \quad \text{(I)}$$

$$0{,}0693X_1+(0{,}1832-1)\,X_2+0{,}213X_3+0{,}1887X_4=0; \quad \text{(II)}$$

$$0{,}0693X_1+0{,}2184X_2+(0{,}3741-1)\,X_3+0{,}3722X_4=0; \quad \text{(III)}$$

$$0{,}0693X_1+0{,}2184X_2+0{,}4201X_3+(0{,}5744-1)\,X_4=0. \quad \text{(IV)}$$

In aceste ecuaţii există doar trei (în loc de patru) necunoscute; necunoscutele sînt rapoartele dintre valorile amplitudinilor X.

Scăzînd din ecuaţia (III) ecuaţia (IV) avem:

$$-1{,}046X_3+0{,}7978X_4=0$$

de unde

$$X_4=1{,}31X_3.$$

Scăzînd din ecuaţia (II) ecuaţia (III) şi înlocuind pe X_4 prin expresia sa în X_3, obţinem:

$$-1{,}0352X_2+[(0{,}8389-0{,}1835\cdot 1{,}31)]\,X_3=0,$$

de unde

$$X_3=1{,}73X_2,$$

iar din ecuaţia precedentă:

$$X_4=2{,}265X_2.$$

Analog, din ecuaţiile (I) şi (II) găsim:

$$-1{,}0208X_1+(0{,}8873-0{,}1412\cdot 1{,}73-0{,}1278-2{,}265)\,X_2=0.$$

Prin urmare:

$$X_2=2{,}94X_1; \quad X_3=5{,}085X_1 \text{ şi } X_4=6{,}66X_1.$$

Calculele efectuate se vor verifica prin înlocuirea valorilor găsite pentru X și valorii lui p_1 în aceleași patru ecuații. Dacă frecvența s-a luat îndeajuns de exact și toate valorile lui X au fost găsite corect, sumele tuturor termenilor din membrii din stînga ai ecuațiilor trebuie să fie egale cu zero. Inlocuind, găsim:

$$(0{,}0485-1)+0{,}0705\frac{X_2}{X_1}+0{,}0688\frac{X_3}{X_1}+0{,}0609\frac{X_4}{X_1}=-0{,}9515+$$

$$+0{,}2073+0{,}3496+0{,}405=+0{,}0104;$$

$$0{,}0693+(0{,}1832-1)\frac{X_2}{X_1}+0{,}213\frac{X_3}{X_1}+0{,}1887\frac{X_4}{X_1}=0{,}0693-$$

$$-2{,}4+1{,}082+1{,}255=+0{,}0063;$$

$$0{,}0693+0{,}2184\frac{X_2}{X_1}+(0{,}3741-1)\frac{X_3}{X_1}+0{,}3722\frac{X_4}{X_1}=0{,}0693+$$

$$+0{,}642-3{,}18+2{,}48=+0{,}0113;$$

$$0{,}0693+0{,}2184\frac{X_2}{X_1}+0{,}4201\frac{X_3}{X_1}+(0{,}5744-1)\frac{X_4}{X_1}=0{,}0693+$$

$$+0{,}642+2{,}133-2{,}83=+0{,}0143.$$

După cum se vede această condiție este aproape satisfăcută.

Pentru determinarea aproximativă a celei de a doua frecvențe a oscilațiilor proprii, se calculează valorile $\overline{B}_1$ și $\overline{B}_2$:

$$\overline{B}_1=B_1-\frac{1}{p_1^2}=1{,}5737\cdot10^{-2}-\frac{1}{75}=0{,}2403\cdot10^{-2};$$

$$\overline{B}_2=B_2-\frac{1}{p_1^4}=1{,}8164\cdot10^{-4}-\frac{1}{75^2}=0{,}0386\cdot10^{-4}.$$

Limitele valorilor frecvenței a doua a oscilațiilor proprii sînt:

$$\frac{1}{\sqrt{\overline{B}_2}}=\frac{1}{\sqrt{0{,}0386\cdot10^{-4}}}=509;$$

$$\frac{2}{\overline{B}_1\left(1+\sqrt{2\frac{\overline{B}_2}{\overline{B}_1^2}-1}\right)}=\frac{200}{0,2403\left(1+\sqrt{2\frac{0,0386}{0,2403^2}-1}\right)}=$$

$$=\frac{200}{0,2403\,(1+\sqrt{1,337-1})}=\frac{200}{0,2403\cdot 1,58}=528;$$

Valoarea medie este $p_2^2\approx 520$.

Pentru determinarea formei oscilaţiilor, corespunzătoare frecvenţei a doua a oscilaţiilor proprii, revenim la ecuaţiile iniţiale:

$$(0,3362-1)\,X_1+0,489X_2+0,4768X_3+0,4225X_4=0; \quad \text{(I a)}$$

$$0,4802X_1+(1,2705-1)\,X_2+1,4765X_3+1,3083X_4=0; \quad \text{(II a)}$$

$$0,4802X_1+1,5143X_2+(2,5939-1)\,X_3+2,5806X_4=0; \quad \text{(III a)}$$

$$0,4802X_1+1,5143X_2+2,9125X_3+(3,9826-1)\,X_4=0. \quad \text{(IV a)}$$

Din ecuaţiile (III a) şi (IV a) avem:

$$-1,3186X_3-0,402X_4=0; \quad X_4=-3,28X_3.$$

Din ecuaţiile (II a) şi (III a):

$$-1,2438X_2+[-0,1174-1,2723\,(-3,28)]\,X_3=0;$$

$$X_3=0,307X_2 \text{ şi } X_4=-0,307\cdot 3,28X_2=-1,01X_2.$$

Din ecuaţiile (I a) şi (II a):

$$-1,144X_1+(0,2185-0,9997\cdot 0,307+0,8858\cdot 1,01)\,X_2=0;$$

$$X_2=1,42X_1; \quad X_3=0,436X_1 \text{ şi } X_4=-1,435X_1.$$

Verificăm dacă ecuaţiile folosite sînt satisfăcute:

$$-0,644+0,695+0,208-0,606=-0,347;$$

$$+0,48+0,384+0,644-1,874=-0,366;$$

$$+0,48+2,15+0,695-3,7=-0,375;$$

$$+0,48+2,15+1,268-4,275=-0,377.$$

După cum se vede sumele tuturor termenilor din toate ecuațiile diferă de zero și prin urmare valoarea aproximativă a frecvenței p_2 diferă considerabil de valoarea ei exactă.

Pentru precizarea valorii lui p_2 precum și a formei oscilațiilor corespunzătoare acesteia, găsim valorile lui p_2^2, care satisfac ecuațiile inițiale.

Valoarea necesară a frecvenței p_2^2 se află prin încercări, înlocuindu-se diferite valori ale lui p_2^2, apropiate de valoarea aproximativă găsită inițial. In acest exemplu p_2^2 este egal cu 590, adică a depășit limitele găsite anterior. Aceasta se explică printr-o deficiență a metodei de calcul cu ajutorul mărimilor B cînd pentru calcule se folosesc diferențele mici dintre mărimi apropiate și în consecință inexactitățile neglijabile la calculul diferiților termeni pot conduce la erori importante ale rezultatelor finale.

Așa, de exemplu, trecerea la valoarea 74,8 a pătratului frecvenței primei forme a oscilațiilor p_1^2, față de valoarea 75, conduce la o variație a limitelor pătratului frecvenței a doua de la 509—528 pînă la 590—710.

Determinarea formei deformațiilor sistemului corespunzătoare frecvenței a doua a oscilațiilor proprii $p_2 \approx \sqrt{590}$, efectuată prin metoda expusă anterior, a dat următoarele rezultate:

$$X_2 = 1{,}91 X_1;\ X_3 = 0{,}795 X_1 \quad \text{și} \quad X_4 = -1{,}835 X_1.$$

c) Determinarea forțelor seismice

Forțele seismice le determinăm pentru două forme ale oscilațiilor, corespunzătoare primei frecvențe (celei mai joase) și celei de a doua frecvențe a oscilațiilor proprii ale construcției.

Coeficienții de formă se calculează cu formula:

$$\eta = \frac{X(x_k) \sum_1^n Q_j X(x_j)}{\sum_1^n Q_j X^2(x_j)}.$$

1. Forțele care se produc la forma oscilațiilor, corespunzătoare primei frecvențe, celei mai joase, a oscilațiilor proprii ale construcțiilor, le determinăm în felul următor:

$$\sum_{1}^{n} Q_j X(x_j) = (43{,}3 \cdot 1 + 44{,}1 \cdot 2{,}94 + 43 \cdot 5{,}085 + $$
$$ + 38{,}1 \cdot 6{,}66) X_1 = 646 X_1 ;$$

$$\sum_{1}^{n} Q_j X^2(x_j) = (43{,}3 \cdot 1^2 + 44{,}1 \cdot 2{,}94^2 + 43 \cdot 5{,}085^2 + $$
$$ + 38{,}1 \cdot 6{,}66^2) X_1^2 = 3\,230\, X_1^2 ;$$

$$\eta_1 = \frac{X_1 \cdot 646 X_1}{3\,230 X_1^2} = 0{,}2 ;$$

$$\eta_2 = \frac{0{,}2}{X_1} 2{,}94 X_1 = 0{,}59 ;$$

$$\eta_3 = \frac{0{,}2}{X_1} 5{,}085 X_1 = 1{,}02 ;$$

$$\eta_4 = \frac{0{,}2}{X_1} 6{,}66 X_1 = 1{,}33.$$

Coeficientul dinamic β corespunzător frecvenței $p_1 = \sqrt{75} = 8{,}65$ rad/s și deci corespunzător perioadei oscilațiilor

$$T = \frac{2\pi}{8{,}65} = 0{,}726$$

este egal cu

$$\beta = \frac{0{,}9}{0{,}726} = 1{,}24.$$

Valorile de calcul ale forțelor seismice corespunzătoare formei oscilațiilor care corespunde la rîndul său primei frecvențe a oscilațiilor proprii ale cadrului, pentru seismicitatea de calcul de gradul 8, le determinăm cu formula:

$$S_m = k_s \eta_m \beta Q_m ;$$

$$S_1 = 0{,}05 \cdot 0{,}2 \cdot 1{,}24 \cdot 43{,}3 = 0{,}54 \text{ tf};$$

$$S_2 = 0{,}05 \cdot 0{,}59 \cdot 1{,}24 \cdot 44{,}1 = 1{,}61 \text{ tf};$$

$$S_3 = 0{,}05 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}24 \cdot 43 = 2{,}72 \text{ tf};$$

$$S_4 = 0{,}05 \cdot 1{,}33 \cdot 1{,}24 \cdot 38{,}1 = 3{,}14 \text{ tf};$$

2. Forţele care se produc la forma oscilaţiilor care corespunde frecvenţei a doua a oscilaţiilor proprii ale construcţiilor le calculăm astfel:

$$\sum_1^n Q_j X(x_j) = (43{,}3 \cdot 1 + 44{,}1 \cdot 1{,}91 + 43 \cdot 0{,}795 -$$

$$- 38{,}1 \cdot 1{,}835) X_1 = 91{,}8 X_1;$$

$$\sum_1^n Q_j X^2(x_j) = (43{,}3 \cdot 1^2 + 44{,}1 \cdot 1{,}91^2 + 43 \cdot 0{,}795^2 +$$

$$+ 38{,}1 \cdot 1{,}835^2) X_1^2 = 360 X_1^2;$$

$$\eta_1 = \frac{91{,}8 X_1}{360 X_1^2} X_1 = 0{,}255;$$

$$\eta_2 = \frac{0{,}255}{X_1} 1{,}91 X_1 = 0{,}487;$$

$$\eta_3 = \frac{0{,}255}{X_1} 0{,}795 X_1 = 0{,}203;$$

$$\eta_4 = \frac{0{,}255}{X_1} (-1{,}835 X_1) = -0{,}468.$$

Coeficientul dinamic β corespunzător frecvenţei $p_2 = \sqrt{590} = 23{,}3$ rad/s şi deci corespunzător perioadei $T = \frac{2\pi}{23{,}3} = 0{,}27$ s, este $\beta = 3$.

Forţele seismice de calcul corespunzătoare formei oscilaţiilor, care corespunde la rîndul său frecvenţei a doua a oscilaţiilor proprii ale cadrului, pentru seismicitatea de calcul de gradul 8 sînt:

$$S_1 = 0{,}05 \cdot 0{,}255 \cdot 3 \cdot 43{,}3 = 1{,}64 \text{ tf};$$

$$S_2 = 0{,}05 \cdot 0{,}487 \cdot 3 \cdot 44{,}1 = 3{,}22 \text{ tf};$$

$$S_3 = 0{,}05 \cdot 0{,}203 \cdot 3 \cdot 43 = 1{,}31 \text{ tf};$$

$$S_4 = 0{,}05 \cdot (-0{,}468) \cdot 3 \cdot 38{,}1 = -3{,}68 \text{ tf}.$$

Semnul minus în expresia lui S_4 arată că această forţă este dirijată în sens contrar forţelor S_1, S_2, şi S_3.

Compararea valorilor forţelor seismice de calcul, care corespund formei întîia şi a doua a oscilaţiilor cadrului, arată că pentru toate etajele, cu excepţia etajului superior, cel mai important este primul caz, în raport cu care trebuie făcut şi calculul de rezistenţă al construcţiei. In schimb etajul superior trebuie verificat la sarcina care corespunde formei a doua a oscilaţiilor cadrului, adică la forţa $S_4 = 3{,}68$ tf.

2. Calculul după schema simplificată

Schema de calcul simplificată şi notaţiile respective sînt arătate în fig. 15, *c*.

a) Determinarea frecvenţelor şi formelor oscilaţiilor proprii

Valorile deplasărilor δ se calculează cu formulele:

$$\left.\begin{aligned} &\delta_{11}=\frac{l_1^2}{12f_1}; \qquad \delta_{22}=\frac{l_1^2}{12f_1}+\frac{l_2^2}{12f_2};\\ &\delta_{k,k}=\sum_{1}^{k}\frac{l_i^2}{12f_i}\\ &\delta_{k,m}=\delta_{k,k+1}=\ldots=\delta_{k,n}=\delta_{k,k}. \end{aligned}\right\} \qquad (25')$$

Utilizînd valorile rigidităţilor liniare ale stîlpilor şi înălţimile etajelor, date anterior, obţinem:

$$\delta_{11}=\delta_{12}=\delta_{13}=\delta_{14}=\frac{4{,}5^2}{12\cdot 20{,}16\cdot 10^3}=8{,}4\cdot 10^{-5};$$

$$\delta_{22}=\delta_{23}=\delta_{24}=8{,}4\cdot 10^{-5}+\frac{4{,}5^2}{12\cdot 16{,}12\cdot 10^3}=18{,}9\cdot 10^{-5};$$

$$\delta_{33}=\delta_{34}=18{,}9\cdot 10^{-5}+\frac{4{,}5^2}{12\cdot 12{,}09\cdot 10^3}=32{,}9\cdot 10^{-5};$$

$$\delta_{44}=32{,}9\cdot 10^{-5}+\frac{4{,}5^2}{12\cdot 8{,}07\cdot 10^3}=53{,}8\cdot 10^{-5}.$$

Valorile produselor $m\delta$ sînt:

$$m_1\delta_{11}=m_1\delta_{14}=\frac{43{,}3}{9{,}81}\ 8{,}4\cdot10^{-5}=37{,}1\cdot10^{-5};$$

$$m_2\delta_{14}=\frac{44{,}1}{9{,}81}\ 8{,}4\cdot10^{-5}=37{,}7\cdot10^{-5};$$

$$m_3\delta_{14}=\frac{43}{9{,}81}\ 8{,}4\cdot10^{-5}=36{,}8\cdot10^{-5};$$

$$m_4\delta_{14}=\frac{38{,}1}{9{,}81}\ 8{,}4\cdot10^{-5}=32{,}7\cdot10^{-5};$$

$$m_2\delta_{22}=m_2\delta_{24}=\frac{44{,}1}{9{,}81}\,18{,}9\cdot10^{-5}=85\cdot10^{-5};$$

$$m_3\delta_{24}=\frac{43}{9{,}81}\,18{,}9\cdot10^{-5}=82{,}9\cdot10^{-5};$$

$$m_4\delta_{24}=\frac{38{,}1}{9{,}81}\,18{,}9\cdot10^{-5}=73{,}5\cdot10^{-5};$$

$$m_3\delta_{33}=m_3\delta_{34}=\frac{43}{9{,}81}\,32{,}9\cdot10^{-5}=144\cdot10^{-5};$$

$$m_4\delta_{34}=\frac{38{,}1}{9{,}81}\,32{,}9\cdot10^{-5}=128\cdot10^{-5};$$

$$m_4\delta_{44}=\frac{38{,}1}{9{,}81}\,53{,}8\cdot10^{-5}=209\cdot10^{-5}.$$

Valorile lui B_1 și B_2, conform formulei (30) sînt:

$$B_1=(37{,}1+85+144+209)\,10^{-5}\approx4{,}75\cdot10^{-3};$$

$$B_2=\{37{,}1^2+85^2+144^2+209^2+2\,[37{,}1\,(37{,}7+36{,}8+32{,}7)+$$
$$+85\,(82{,}9+73{,}5)+144\cdot128]\}\,10^{-10}\approx14{,}47\cdot10^{-6}.$$

Limitele frecvenței oscilațiilor proprii conform (28) sînt:

$$\frac{1}{\sqrt{B_2}}=\frac{10^3}{\sqrt{14{,}47}}=\frac{1\,000}{3{,}8}=263;$$

$$\frac{2}{B_1\left(1+\sqrt{2\dfrac{B_2}{B_1^2}-1}\right)}=\frac{2\,000}{4{,}75\left(1+\sqrt{2\dfrac{14{,}47}{4{,}75^2}-1}\right)}=$$

$$=\frac{2\,000}{4{,}75\,(1+\sqrt{1{,}283-1})}=\frac{2\,000}{4{,}75\cdot1{,}522}=275.$$

Pentru determinarea formei oscilațiilor cadrului luăm următoarea frecvență a oscilațiilor sale proprii:

$$p_1^2=\frac{263+275}{2}=270$$

și în acest caz ecuațiile inițiale (I), (II), (III) și (IV) devin

$$(0,1002-1)\,X_1+0,1018X_2+0,0994X_3+0,0884X_4=0; \qquad \text{(Ib)}$$

$$0,1002X_1+(0,2295-1)\,X_2+0,224X_3+0,1984X_4=0; \qquad \text{(IIb)}$$

$$0,1002X_1+0,2295X_2+(0,3885-1)\,X_3+0,346X_4=0; \qquad \text{(IIIb)}$$

$$0,1002X_1+0,2295X_2+0,3885X_3+(0,564-1)X_4=0. \qquad \text{(IVb)}$$

Rezolvînd aceste ecuații, așa cum s-a arătat mai înainte pentru ecuațiile (I), (II), (III) și (IV) găsim:

$$X_1=0,2335X_4; \quad X_2=0,5064X_4 \quad \text{și} \quad X_3=0,782X_4.$$

Verificăm calculele efectuate prin înlocuirea valorilor găsite pentru X în ecuațiile inițiale (Ib), (IIb), (IIIb) și (IVb):

$$(0,1002-1)\,0,2335+0,1018\cdot0,5064+$$
$$+0,0994\cdot0,782+0,0884=+0,0076;$$

$$0,1002\cdot0,2335+(0,2295-1)\,0,5064+$$
$$+0,224\cdot0,782+0,1984=+0,0068;$$

$$0,1002\cdot0,2335+0,2295\cdot0,5064+(0,3885-1)\,0,782+$$
$$+0,346=+0,0078;$$

$$0,1002\cdot0,2335+0,2295\cdot0,5064+0,3885\cdot0,782+$$
$$+(0,564-1)=+0,0078.$$

Se vede că verificarea dă rezultate foarte apropiate de zero și deci valoarea frecvenței p_1^2 s-a determinat corect. Perioada oscilațiilor cadrului este:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{1}{270}}=0,384\text{ s},$$

de unde

$$\beta=\frac{0,9}{0,384}=2,34.$$

b) Determinarea forțelor seismice

Valorile forțelor seismice, conform schemei simplificate de calcul, le determinăm utilizînd de asemenea formulele (6′) și (8″):

$$\sum_{1}^{n} Q_j X(x_j) = (43{,}3 \cdot 0{,}2335 + 44{,}1 \cdot 0{,}5064 + 43 \cdot 0{,}782 + 38{,}1 \cdot 1) X_4 = 104 X_4;$$

$$\sum_{1}^{n} Q_j X^2 \ (x_j = (43{,}3 \cdot 0{,}2335^2 + 44{,}1 \cdot 0{,}5064^2 + 43 \cdot 0{,}782^2 + 38{,}1 \cdot 1^2) \ X_4^2 = 78 X_4^2.$$

Valorile coeficienților η sînt

$$\eta_1 = \frac{X_1 \cdot 104 X_4}{78 X_4^2} = \frac{1{,}335}{X_4} 0{,}2335 X_4 = 0{,}31;$$

$$\eta_2 = \frac{1{,}335}{X_4} 0{,}5064 X_4 = 0{,}68;$$

$$\eta_3 = \frac{1{,}335}{X_4} 0{,}782 X_4 = 1{,}04;$$

$$\eta_4 = \frac{1{,}335}{X_4} X_4 = 1{,}33.$$

Valorile de calcul ale forțelor seismice sînt:

$$S_1 = 0{,}05 \cdot 0{,}31 \cdot 2{,}34 \cdot 43{,}3 = 1{,}57 \text{ tf};$$

$$S_2 = 0{,}05 \cdot 0{,}68 \cdot 2{,}34 \cdot 44{,}1 = 3{,}51 \text{ tf};$$

$$S_3 = 0{,}05 \cdot 1{,}04 \cdot 2{,}34 \cdot 43{,}0 = 5{,}23 \text{ tf};$$

$$S_4 = 0{,}05 \cdot 1{,}33 \cdot 2{,}34 \cdot 38{,}1 = 5{,}92 \text{ tf}.$$

Calculele următoare nu se redau aici, deoarece ele nu diferă principial de calculul după schema mai exactă.

EXEMPLUL 2. DETERMINAREA SARCINILOR SEISMICE LA UN CASTEL DE APĂ

Se cere să se determine sarcinile seismice, care acționează asupra unui castel de apă în cazul unei seismicități de calcul de gradul 9[1]).

---

[1]) Calculele au fost efectuate de inginerul V. S. Pavlîk.

Turnul pe care este montat rezervorul de apă cu capacitatea $v \approx 12{,}25$ m³ este o construcţie metalică cu zăbrele. Schema şi dimensiunile principale ale turnului se dau în fig. 13. Greutatea rezervorului este 2,35 t, iar greutatea apei 12,25 t. Greutatea proprie a turnului este de 4 t.

Greutatea proprie a turnului este o sarcină distribuită pe înălţime, de intensitate nu prea mare; masa predominantă a construcţiei o constituie rezervorul împreună cu apa. In scopul simplificării calculului, aplicînd metoda maselor echivalente, înlocuim sarcina uniform distribuită pe înălţimea turnului printr-o sarcină concentrată aplicată la capătul consolei. După cum se ştie, metoda maselor echivalente se bazează pe condiţia ca perioada oscilaţiilor proprii ale sistemului echivalent să rămînă aceeaşi[1]). In cazul consolei cu sarcină uniform distribuită, coeficientul de echivalenţă este 0,25.

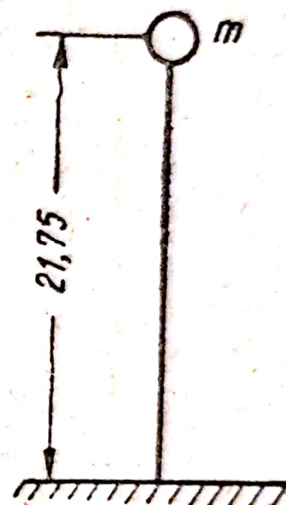


Fig. 16. Schema de calcul a turnului.

In fig. 16 se arată schema de calcul a turnului; această schemă constituie un sistem cu un singur grad de libertate.

Masa rezervorului împreună cu apa s-a considerat concentrată în centrul rezervorului, valoarea ei fiind:

$$\frac{Q_{ech}}{g} = \frac{15{,}6}{9{,}81} = 1{,}59 \text{ ts}^2/\text{m},$$

unde

$$Q_{ech} = 2{,}35 + 12{,}25 + \frac{4}{4} = 15{,}6 \text{ tf};$$

g — acceleraţia gravitaţiei.

a) Determinarea perioadei oscilaţiilor proprii

Perioada oscilaţiilor proprii T este invers proporţională cu frecvenţa circulară:

$$T = \frac{2\pi}{p}. \tag{32}$$

---

[1]) *S. A. Bernstein,* Bazele dinamicii construcţiilor, 1941, p. 98–100.

Frecvența circulară p a sistemului cu un singur grad de libertate se poate calcula cu formula

$$p=\sqrt{\frac{g}{f_{st}}} \tag{33}$$

unde f_{st} este săgeata statică pe direcție orizontală, produsă de forța Q_{ech}.

Astfel, calculul dinamic de determinare a perioadei oscilațiilor proprii T, în cazul de față se reduce la un calcul static privind determinarea săgeții f_{st} sub acțiunea forței gravității pe direcția oscilațiilor.

In cazul general deplasarea masei m se compune din săgeata construcției și rotirea reazemului datorită cedării elastice a terenului de fundație. In cazul de față pentru simplificarea calculului, deplasarea rezervorului datorită încastrării parțiale în terenul de fundație se neglijează, ea fiind mult mai mică decît săgeata produsă de deformațiile elementelor turnului.

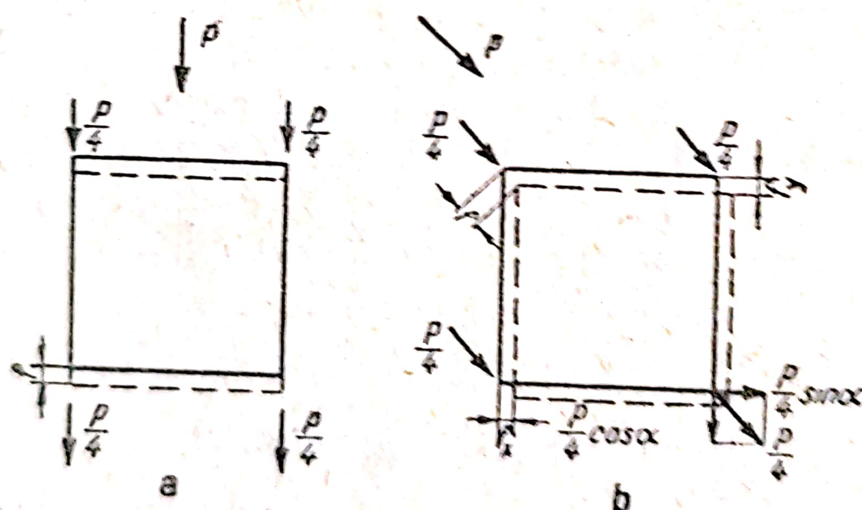


Fig. 17. Schemele de distribuire a sarcinii la elementele turnului;

a — în cazul acțiunii forțelor în planul a două elemente paralele ale turnului; *b* — în cazul acțiunii forțelor aplicate sub un unghi față de elementele turnului.

Din examinarea schemei din fig. 17 se vede că valoarea deplasării porțiunii de sus a turnului sub acțiunea forței orizontale nu depinde de direcția acesteia.

Intr-adevăr, deplasarea sistemului de bare este direct proporţională cu forţa Q, adică săgeata este $f=kQ$ (k este coeficientul de rigiditate a sistemului). Prin urmare deplasarea conform schemei din fig. 17, *a* este

$$f=k\left(\frac{Q}{4}+\frac{Q}{4}\right)=k\frac{Q}{2}, \qquad (34)$$

iar conform schemei din fig. 17, *b* ea este egală cu suma a două deplasări perpendiculare între ele,

$$f=\sqrt{f_x^2+f_y^2}=\sqrt{\left(k\frac{Q}{2}\sin\alpha\right)^2+\left(k\frac{Q}{2}\cos\alpha\right)^2}=k\frac{Q}{2}. \qquad (35)$$

In consecinţă, săgeata turnului produsă de forţa Q este determinată de săgeata fermei plane (fig. 18) produsă de forţa $Q/2$; o calculăm cu formula lui Mohr:

$$f_f=\sum\frac{N_QN_1l}{EA} \qquad (36)$$

unde f_f este săgeata fermei pe direcţia de acţiune a forţei;

N_1 — efortul din fiecare element produs de forţa unitară;

N_Q — efortul din bară sub acţiunea forţei;

l şi A — lungimea şi aria elementului fermei;

$E=2\cdot10^6$ kgf/cm² — modulul de elasticitate al oţelului.

In această formulă, însumarea se face pentru toate barele fermei plane.

Valorile eforturilor N_1 se determină din diagrama Cremona (fig. 18, *b*). Pentru trasarea diagramei se află reacţiunile din forţa unitară a căror componentă verticală se determină din condiţia ca suma momentelor luate în raport cu punctul A să fie egală cu zero:

$$\sum M_A=-1\cdot21{,}75-B_V\cdot5{,}5=0;$$

$$B_V=-\frac{1\cdot21{,}75}{5{,}5}=-3{,}96\ \text{tf}; \quad A_V=3{,}96\ \text{tf}.$$

Componenta orizontală se determină din condiţia ca suma proiecţiilor forţelor pe axa orizontală să fie egală cu zero:

$$\sum p_x = -1 + A_H + B_H = 0; \quad A_H + B_H = 1; \quad A_H = B_H = 0{,}5 \text{ tf.}$$

Celelalte calcule sînt rezumate în tabela 11.

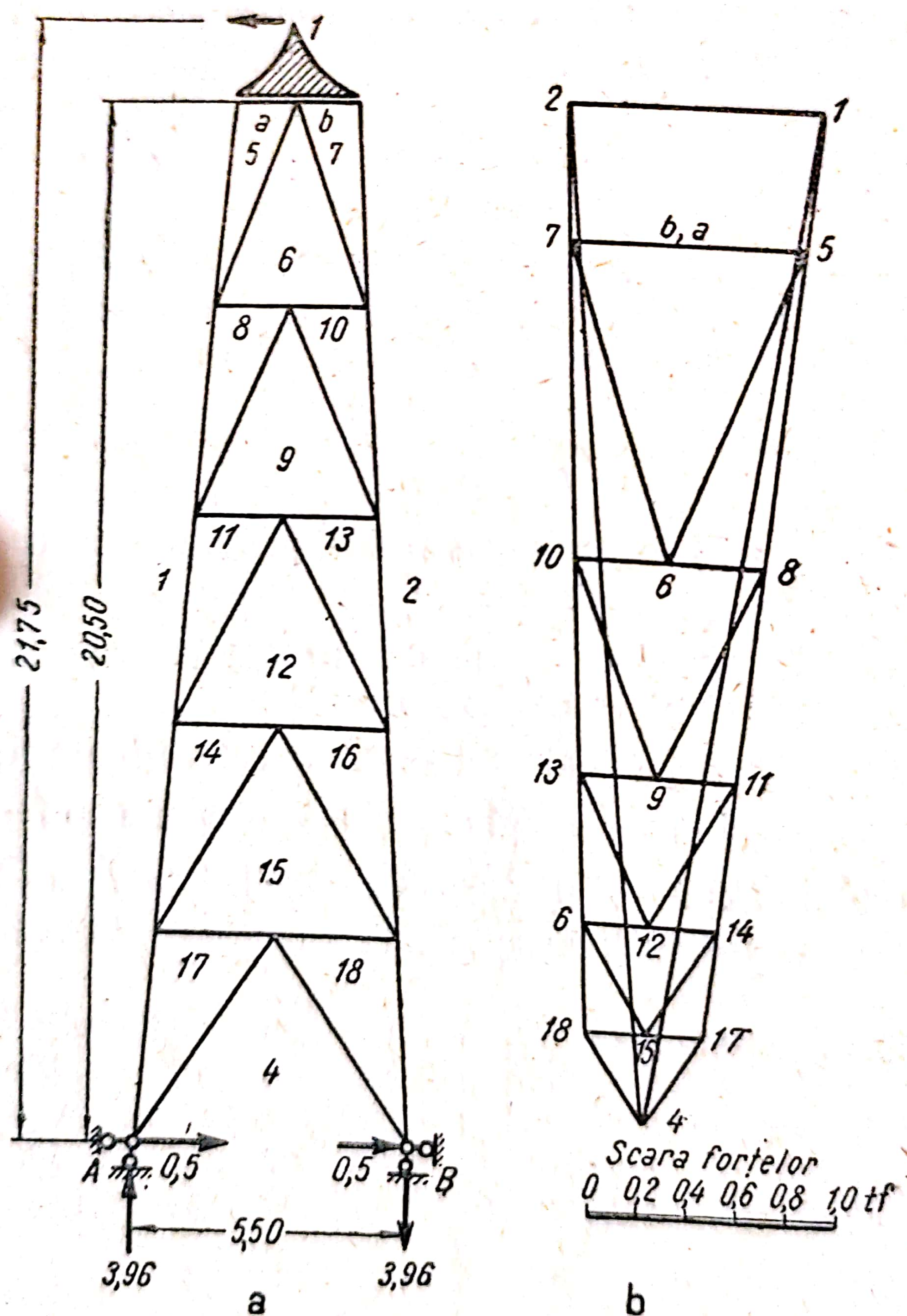


Fig. 18. Schema de calcul a fermei turnului (a) şi diagrama Cremona (b).

Tabela 11

Nr. barei	N_1 efortul din forța $Q=1$ tf tf	N_Q efortul din forța $Q=7,8$ tf tf	l lungime barei cm	$N_Q N_1 l$ tfcm	EA tf	f cm
1–5	−0,55	− 4,29	411	973	81 600	0,0119
2–7	+0,55	+ 4,29	411	973	81 600	0,0119
1–8	−1,78	−13,9	411	8 070	81 600	0,099
2–10	+1,78	+13,9	411	8 070	81 600	0,099
1–11	−2,62	−20,4	411	22 000	81 600	0,27
2–13	+2,62	+20,4	411	22 000	81 600	0,27
1–14	−3,2	−24,95	411	32 900	81 600	0,403
2–16	+3,2	+24,95	411	32 900	81 600	0,403
1–17	−3,64	−28,4	411	42 500	81 600	0,52
2–18	+3,64	+28,4	411	42 500	81 600	0,52
5–6	−1,32	−10,3	430	5 900	20 320	0,29
6–7	+1,32	+10,3	430	5 900	20 320	0,29
8–9	−0,922	−7,2	445	2 970	20 320	0,146
9–10	+0,922	+7,2	445	2 970	20 320	0,146
11–12	−0,642	−5	460	1 490	20 320	0,0734
12–13	+0,642	+5	460	1 490	20 320	0,0734
14–15	−0,5	−3,9	475	940	20 320	0,0463
15–16	+0,5	+3,9	475	940	20 320	0,0463
17–4	−0,42	−3,28	490	680	20 320	0,0334
4–18	+0,42	+3,28	490	680	20 320	0,0334
a	+0,46	+3,58	125	206	20 320	0,0101
b	−0,46	−3,58	125	206	20 320	0,0101
6–8	+0,36	+2,8	155	158	20 320	0,0078
6–10	−0,36	−2,8	155	158	20 320	0,0078
9–11	+0,32	+2,5	185	149	20 320	0,0073
9–13	−0,32	−2,5	185	149	20 320	0,0073
12–14	+0,26	+2,02	215	115	20 320	0,0057
12–16	−0,26	−2,02	215	115	20 320	0,0057
15–17	+0,24	+1,87	245	110	20 320	0,0054
15–18	−0,24	−1,87	245	110	20 320	0,0054

$$\sum \frac{N_1 N_Q \cdot l}{EA} = 3,67 \text{ cm}$$

După efectuarea calculelor, rezultă că săgeata fermei este $f_f=3{,}67$ cm. Intrucît centrul maxim (al rezervorului) se află deasupra porțiunii superioare a fermei, ținînd seama de rigiditatea mare a rezervorului se poate considera că deplasările deasupra părții superioare a fermei vor fi direct proporționale cu înălțimea.

Deplasarea centrului rezervorului se poate afla din proporția

$$\frac{f_f}{f_{st}}=\frac{20{,}5}{21{,}75}; \quad f_{st}=\frac{2\,175\cdot3{,}67}{2\,075}=3{,}9 \text{ cm.}$$

Frecvența circulară a oscilațiilor proprii este:

$$p=\sqrt{\frac{g}{f_{st}}}=\sqrt{\frac{981}{3{,}9}}=15{,}9 \text{ rad/s}$$

iar perioada

$$T=\frac{2\pi}{p}=\frac{2\cdot3{,}14}{15{,}9}=0{,}395 \text{ s.}$$

b) Determinarea forței seismice

Valoarea forței seismice se calculează cu formula

$$S=k_s\eta_k\beta Q_k.$$

Pentru seismicitatea de calcul de gradul 9, $k_s=1/10$; η_k este coeficientul de formă, care se calculează cu formula

$$\frac{X(x_k)\sum_{1}^{n} Q_jX(x_j)}{\sum_{1}^{n} Q_jX^2(x_j)},$$

pentru un sistem cu un singur grad de libertate este egal cu 1:

$$\eta_k=\frac{21{,}75\cdot14{,}6\cdot21{,}75}{14{,}6\cdot21{,}75^2}=1;$$

β_1 este coeficientul dinamic, care în cazul construcţiilor flexibile se calculează cu formula

$$\beta_1 = \frac{1,5}{T} = \frac{1,5}{0,395} = 3,8;$$

Q_k — sarcina utilă şi greutatea acelor elemente de construcţie pentru care se determină forţa seismică.

In scopul simplificării calculului, pentru a nu distribui forţele seismice pe înălţimea turnului, valoarea lui Q_k o luăm egală nu cu greutatea rezervorului împreună cu apa, ci corespunzătoare cu masa echivalentă, adică $Q_{ech} = 15,6$ t.

Astfel, forţa seismică este

$$S = \frac{1}{10} 1 \cdot 3,8 \cdot 15,6 = 5,9 \text{ tf}.$$

EXEMPLUL 3. DETERMINAREA SARCINILOR SEISMICE LA UN COŞ DE FUM DIN ZIDĂRIE DE CĂRĂMIDĂ

Se cere să se determine sarcinile seismice care acţionează asupra unui coş de fum din zidărie din cărămidă pentru o seismicitate de calcul de gradul 9.

Coşul de fum cu înălţimea $l = 60$ m, executat din cărămidă marca 150, cu mortar marca 75 este căptuşit cu şamotă. Spaţiul dintre canalul coşului şi căptuşeală este umplut cu pămînt de infuzorie. Schema constructivă a coşului de fum este arătată în fig. 19.

Greutatea specifică aparentă a zidăriei coşului şi căptuşelii s-a luat egală cu $\gamma_z = 1,7$ t/m^3, greutatea specifică aparentă a materialului fundaţiei $\gamma_f = 2,4$ t/m^3.

Modulul de elasticitate a zidăriei E, determinat în raport cu marca cărămizii şi a mortarului, cînd lipsesc eforturi unitare iniţiale, este 30 000 kgf/cm^2.

Terenul de fundaţie al coşului este format din argilă nisipoasă loessoidă cu un coeficient de compresiune elastică uniformă $C_z = 6\,000$ t/m^3 = 6 kg/cm^3.

a) Determinarea perioadelor și formelor oscilațiilor proprii

Perioadele și formele oscilațiilor proprii[1]) se calculează cu formulele (13)—(15) și cu ajutorul diagramelor din fig. 8-10.

Deoarece zidăria căptușelii nu este legată de zidăria coșului de fum, la determinarea rigidității secțiunilor ea se neglijează; la determinarea masei coșului se ține seama de căptușeală.

In prealabil se calculează cîteva caracteristici geometrice.

Diametrele exterioare ale canalului coșului:

$$\text{sus} \quad D_1 = 2{,}57 \text{ m};$$

$$\text{jos} \quad D_0 = 5{,}03 \text{ m}.$$

Diametrele interioare:

$$\text{sus} \quad d_1 = 2{,}07 \text{ m};$$

$$\text{jos} \quad d_0 = 3{,}49 \text{ m}.$$

Aria secțiunii și momentul de inerție al canalului coșului la partea de sus:

$$A_1 = \frac{\pi}{4}(D_1^2 - d_1^2) = \frac{3{,}14}{4}(2{,}57^2 - 2{,}07^2) = 1{,}82 \text{ m}^2;$$

$$I_1 = \frac{\pi}{64}(D_1^4 - d_1^4) = \frac{3{,}14}{64}(2{,}57^4 - 2{,}07^4) = 1{,}24 \text{ m}^4.$$

De asemenea la partea de jos a canalului coșului:

$$A_0 = \frac{\pi}{4}(D_0^2 - d_0^2) = \frac{3{,}14}{4}(5{,}03^2 - 3{,}49^2) = 10{,}3 \text{ m}^2;$$

$$I_0 = \frac{\pi}{64}(D_0^4 - d_0^4) = \frac{3{,}14}{64}(5{,}03^4 - 3{,}49^4) = 24{,}15 \text{ m}^4.$$

---

[1]) Metoda de calcul a oscilațiilor proprii a fost elaborată de A. I. Sudnițîn.

Aria secţiunii canalului la mijloc:

$$A_{0,5}=\frac{\pi}{4}\left[\left(\frac{D_0+D_1}{2}\right)^2-\left(\frac{D_0+D_1}{2}-1{,}02\right)^2\right]=$$

$$=\frac{3{,}14}{4}\left[\left(\frac{5{,}03+2{,}57}{2}\right)^2-\left(\frac{5{,}03+2{,}57}{2}-1{,}02\right)^2\right]=5{,}25\ \text{m}^2.$$

Aria tălpii fundaţiei:

$$A_f=\frac{\pi D_f^2}{4}=\frac{3{,}14\cdot 12^2}{4}=113\ \text{m}^2=113\cdot 10^4\ \text{cm}^2.$$

Raza de giraţie a secţiunii de la baza canalului coşului:

$$r_0=\sqrt{\frac{I_0}{A_0}}=\sqrt{\frac{24{,}15}{10{,}3}}=1{,}53\ \text{m}.$$

Perioada oscilaţiilor proprii se calculează cu formula (14)

$$T_n=\frac{2\pi}{\sqrt{\lambda_n}}\cdot\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\gamma}{Eg}},$$

unde l este înălţimea coşului;
r_0 — raza de giraţie la baza coşului;
γ — greutatea specifică aparentă a materialului coşului;
E — modulul de elasticitate al materialului coşului;
g — acceleraţia gravitaţiei;
$\sqrt{\lambda_n}$ — parametru care se determină cu ajutorul diagramelor din fig. 8 şi 9, în funcţie de frecvenţa oscilaţiilor proprii.

Formele oscilaţiilor proprii, care corespund diferitelor perioade se calculează cu formula (15):

$$X_n(x)=\frac{C}{1-k\frac{x}{l}}\left[\sin\frac{\pi x}{2l}+\left(\frac{C_2}{C_1}\right)_n\sin\frac{3\pi x}{2l}+\left(\frac{C_3}{C_1}\right)\sin 5\frac{\pi x}{2l}\right],$$

unde x este ordonata secţiunii considerate;
k — coeficient care caracterizează variaţia ariei secţiunii canalului coşului pe înălţime;
C — constantă arbitrară exprimată în unităţi de lungime;

$\left(\frac{C_2}{C_1}\right)$ și $\left(\frac{C_3}{C_1}\right)$, — coeficienți care se determină după diagramele din fig. 9 și 10, în raport cu frecvența oscilațiilor proprii.

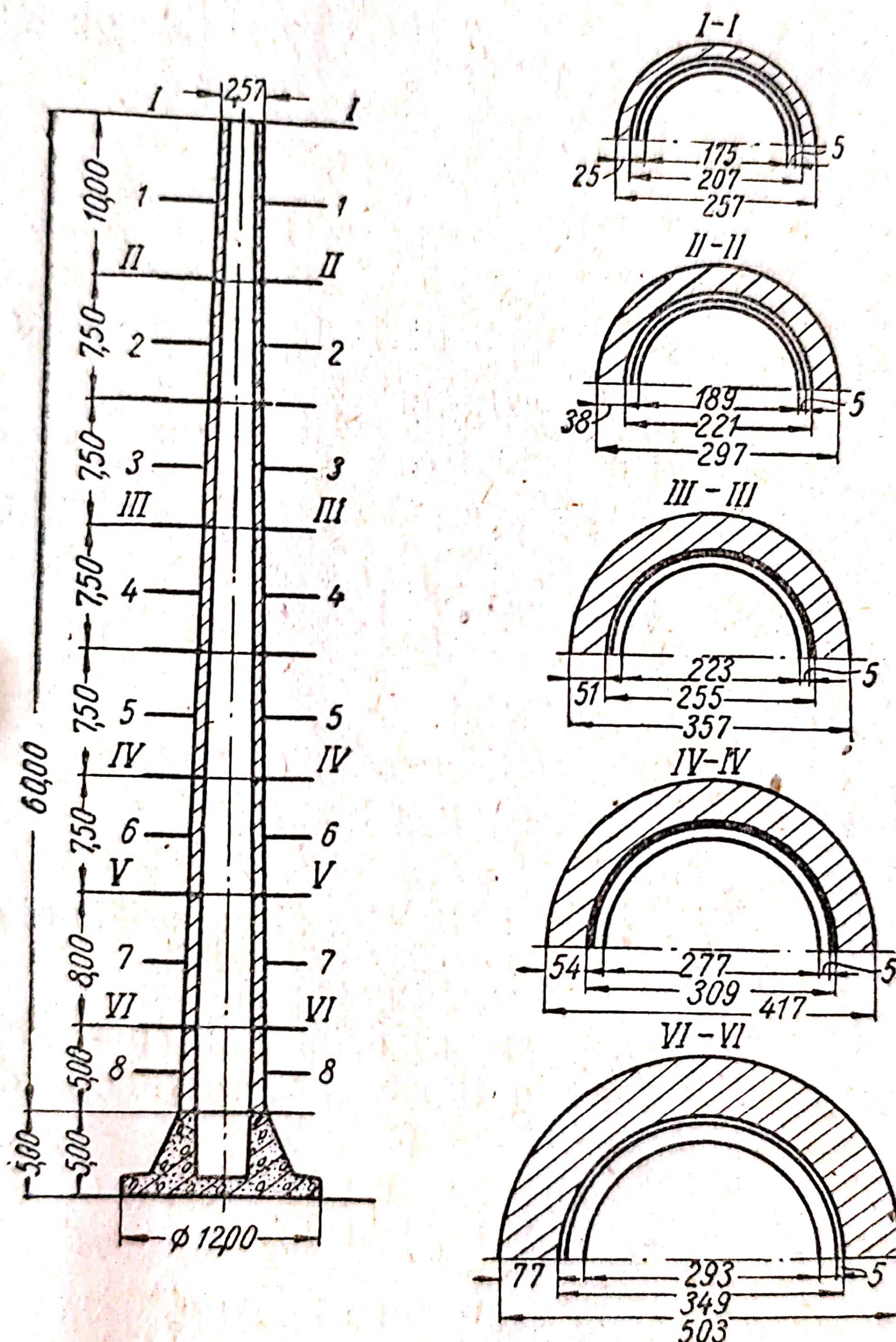


Fig. 19. Schema constructivă a coșului de fum din zidărie de cărămidă.

Diagramele au fost întocmite în funcție de mărimile I_1/I_0, l/r_0 și α_0 care în cazul de față sînt:

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{1,24}{24,15} = 0,0514;$$

$$\frac{l}{r_0} = \frac{60}{1,53} = 39,2;$$

$$\alpha_0 = \frac{2EI_0}{C_z A_f l^3} = \frac{2 \cdot 30\,000 \cdot 24,15 \cdot 10^8}{6 \cdot 113 \cdot 10^4 \cdot 60^3 \cdot 10^6} = 0,0000992.$$

Pentru determinarea parametrului $\sqrt{\lambda_1}$ care corespunde primei frecvențe, procedăm în modul următor: valoarea obținută mai sus $\frac{I_1}{I_0} = 0,0514$ o luăm pe diagrama din fig. 8 pe axa absciselor, iar apoi ducem ordonata respectivă pînă la intersecția cu curbele continui trasate pentru raportul $\frac{l}{r_0} = 40$, deoarece pentru coșul de fum considerat $\frac{l}{r_0} = 39,2 \approx 40$. Una dintre acele curbe este trasată pentru $\alpha_0 = 0,0001$, iar cealaltă — pentru $\alpha_0 = 0$; în exemplul de față $\alpha_0 = 0,0000992 \approx 0,0001$ și prin urmare punctul de intersecție cu curba care corespunde lui $\alpha_0 = 0,0001$ și ordonata trasată, definește deajuns de exact valoarea lui $\sqrt{\lambda_1}$ care în cazul de față este $\sqrt{\lambda_1} = 4,425$. In cazul în care valorile lui $\frac{l}{r_0}$ și α_0 ar diferi mult de datele din diagramă, punctul necesar ar trebui determinat prin interpolare. Analog, cu ajutorul diagramelor respective, determinăm valorile parametrilor:

$$\sqrt{\lambda_2};\ \sqrt{\lambda_3};\ \left(\frac{C_2}{C_1}\right)_1;\ \left(\frac{C_3}{C_1}\right)_1;\ \left(\frac{C_2}{C_1}\right)_2;\ \left(\frac{C_3}{C_1}\right)_2;\ \left(\frac{C_2}{C_1}\right)_3;\ \left(\frac{C_3}{C_1}\right)_3,$$

care se dau în tabela 12.

Tabela 12

Forma oscilațiilor	Valoarea parametrului $\sqrt{\lambda_n}$	Coeficienții de formă al oscilațiilor	
		$\left(\frac{C_2}{C_1}\right)_n$	$\left(\frac{C_3}{C_1}\right)_n$
Prima	4,425	−0,218	0,0148
A doua	19	5,15	−1,46
A treia	40,2	9,5	24

In formula pentru determinarea perioadei oscilațiilor proprii intră greutatea specifică aparentă a materialului

coșului γ care și în cazul zidăriei și în cazul căptușelii este 1,7 t/m³. Însă deoarece la calculul ariilor și momentelor de inerție ale secțiunilor coșului căptușeala s-a neglijat, iar influența ei ca masă trebuie luată în considerare, aceasta se poate face cel mai simplu, prin majorarea greutății specifice aparente a zidăriei.

Această valoare fictivă majorată, medie a greutății specifice aparente a zidăriei, o determinăm astfel: se calculează greutatea a 1 m liniar de coș cu căptușeală $P_1=\gamma_z\cdot 1\cdot A$; valoarea obținută se împarte la volumul zidăriei v_z al acestui metru liniar de coș, neglijîndu-se căptușeala:

$$\gamma_{ech}=\frac{P_1}{v_z}=\frac{P_1}{1\cdot A_z}=\gamma_z\cdot\frac{A}{A_z}=$$

$$=1{,}7\,\frac{\pi\cdot 4\left[\left(\frac{5{,}03+2{,}57}{2}\right)^2-\left(\frac{5{,}03+2{,}57}{2}-1{,}34\right)^2\right]}{\pi\cdot 4\left[\left(\frac{5{,}03+2{,}57}{2}\right)^2-\left(\frac{5{,}03+2{,}57}{2}-1{,}02\right)^2\right]}=$$

$$=1{,}7\,\frac{14{,}4-6{,}06}{14{,}4-7{,}72}=2{,}12\ \text{t/m}^3;$$

unde A este aria secțiunii coșului, în care se ține seama de căptușeală;

A_z — aria secțiunii coșului, cînd se neglijează căptușeala.

Perioadele oscilațiilor proprii se calculează cu formula (14).

Valoarea primei perioade, celei mai joase este:

$$T_1=\frac{2\pi}{\sqrt{\lambda_1}}\cdot\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}=\frac{2\cdot 3{,}14}{4{,}425}\cdot\frac{60^2\cdot 10^4}{1{,}53\cdot 10^2}\sqrt{\frac{0{,}00212}{3\cdot 10^4\cdot 981}}=2{,}84\ \text{s}.$$

Valoarea perioadei a doua:

$$T_2=\frac{2\pi}{\sqrt{\lambda_2}}\cdot\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}=\frac{2\cdot 3{,}14}{19}\cdot\frac{60^2\cdot 10^4}{1{,}53\cdot 10^2}\sqrt{\frac{0{,}00212}{3\cdot 10^4\cdot 981}}=0{,}66\ \text{s}.$$

Valoarea celei de a treia perioade:

$$T_3=\frac{2\pi}{\sqrt{\lambda_3}}\cdot\frac{l^2}{r_0}\cdot\sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}=\frac{2\cdot 3{,}14}{40{,}2}\cdot\frac{60^2\cdot 10^4}{1{,}53\cdot 10^2}\sqrt{\frac{0{,}00212}{\cdot 10^4\cdot 981}}=0{,}31\ \text{s}.$$

Tabela 13

Nr. secțiunii	Diametrele m		Aria secțiunii m²	Distanța de la bază pînă la centrul de greutate x m	Raportul $\frac{x}{l}$	Lungimea porțiunii m	Greutatea t	Deplasările X_n (x_i) pentru $C_1=1$ corespunzătoare frecvenței		
	exterior	interior						întîi	a doua	a treia
1	2,77	1,95	3,05	55	0,92	10	52	2,55	−10,31	23,63
2	3,12	2,04	4,37	46,25	0,77	7,5	55,7	1,85	− 2,08	−16
3	3,42	2,34	4,88	38,75	0,65	7,5	62,3	1,29	4,3	−32,95
4	3,72	2,38	6,39	31,25	0,52	7,5	81,5	0,82	7,36	−18,07
5	4,02	2,68	7,04	23,75	0,4	7,5	89,9	0,48	7,05	13,65
6	4,31	2,91	7,91	16,5	0,27	7	94,4	0,26	4,93	35
7	4,61	2,97	9,62	9	0,15	8	130,7	0,12	2,45	31,35
8	5,03	2,93	13,1	2,5	0,04	5	111,2	0,03	0,61	9,84

Observație. — Pentru calculul maselor, diametrul interior al coșului se ia ținînd seama de căptușeală; se ia egală cu γ_z.

Pentru determinarea formelor oscilaţiilor este necesar să se calculeze coeficientul k, ce caracterizează variaţia ariei secţiunii transversale, cu formula:

$$k=2\frac{A_{0,5}}{A_0}-\frac{A_1}{2A_0}-1{,}5=2\frac{5{,}25}{10{,}3}-\frac{1{,}82}{2\cdot10{,}3}-1{,}5=-0{,}57.$$

Formele oscilaţiilor corespunzătoare perioadelor determinate mai înainte se calculează cu formula (15):

pentru prima formă a oscilaţiilor

$$X_1(x)=\frac{C}{1+k\frac{x}{l}}\left[\sin\frac{\pi x}{2l}+\left(\frac{C_2}{C_1}\right)_1\sin 3\frac{\pi x}{2l}+\left(\frac{C_3}{C_1}\right)_1\sin 5\frac{\pi x}{2l}\right];$$

pentru forma a doua a oscilaţiilor

$$X_2(x)=\frac{C}{1+k\frac{x}{l}}\left[\sin\frac{\pi x}{2l}+\left(\frac{C_2}{C_1}\right)_2\sin 3\frac{\pi x}{2l}+\left(\frac{C_3}{C_1}\right)_2\sin 5\frac{\pi x}{2l}\right];$$

pentru forma a treia a oscilaţiilor

$$X_3(x)=\frac{C}{1+k\frac{x}{l}}\left[\sin\frac{\pi x}{2l}+\left(\frac{C_2}{C_1}\right)_3\sin 3\frac{\pi x}{2l}+\left(\frac{C_3}{C_1}\right)_3\sin 5\frac{\pi x}{2l}\right].$$

Admiţînd că coeficientul arbitrar C este egal cu 1, şi dînd lui x valorile distanţelor centrelor de greutate ale maselor porţiunilor în care a fost împărţit canalul coşului pe înălţime (vezi schema din fig. 19) găsim valorile lui $X(x)$.

De exemplu, pentru prima formă a oscilaţiilor, pentru $x=55$ m se obţine:

$$X(55)=\frac{1}{1-0{,}57\frac{55}{60}}\left(\sin\frac{3{,}14\cdot55}{2\cdot60}-0{,}218\cdot\sin 3\frac{3{,}14\cdot55}{2\cdot60}+\right.$$

$$\left.+0{,}0148\sin 5\frac{3{,}14\cdot55}{2\cdot60}\right)=2{,}55.$$

Rezultatele calculelor sînt rezumate în tabela 13.

b) Determinarea forţelor seismice

Valoarea forţelor seismice se calculează cu formula:

$$S_k=k_s\cdot\eta_k\beta_1Q_k,$$

unde $k_s = \frac{1}{10}$ este coeficient corespunzător seismicității de calcul de gradul 9;

Q_k — greutatea masei respective;

$\beta_1 = \frac{1,5}{T_n}$ — coeficient dinamic pentru construcțiile flexibile, care depinde de perioada oscilațiilor proprii;

$\eta_i = \frac{X(x_k)\sum_1^n Q_j X(x_j)}{\sum_1^n Q_j X^2(x_j)}$ — coeficient de formă, care se calculează cu formula (6′).

Să determinăm forțele care corespund primei forme a oscilațiilor, care la rîndul lor corespund perioadei celei mai joase a oscilațiilor proprii ale coșului. In prealabil se calculează sumele:

$$\sum_1^n Q_j X(x_j) = (52 \cdot 2,55 + 55,7 \cdot 1,85 + 62,3 \cdot 1,29 + 81,5 \cdot 0,82 + 89,9 \cdot 0,48 + 94,4 \cdot 0,26 + 130,7 \cdot 0,12 + 111,2 \cdot 0,03)\, C = 469,86\, C;$$

$$\sum_1^n Q_j X^2(x_j) = (52 \cdot 2,55^2 + 55,7 \cdot 1,85^2 + 62,3 \cdot 1,29^2 + 81,5 \cdot 0,82^2 + 89,9 \cdot 0,48^2 + 94,4 \cdot 0,26^2 + 130,7 \cdot 0,12^2 + 111,2 \cdot 0,03^2)\, C^2 = 716,66 C^2 \cdot$$

Apoi se calculează coeficienții de formă:

$$\eta_1 = \frac{X_1 \sum_1^n Q_j X(x_j)}{\sum_1^n Q_j X^2(x_j)} = \frac{2,55C \cdot 469,86C}{716,66C^2} = 1,67;$$

$$\eta_2 = \frac{X_2 \sum_1^n Q_j X(x_j)}{\sum_1^n Q_j X^2(x_j)} = \frac{1,85C \cdot 469,86C}{716,66C^2} = 1,21;$$

$$\eta_{13}=\frac{1,29C\cdot 469,86C}{716,66C^2}=0,846;$$

$$\eta_{14}=\frac{0,82C\cdot 469,86C}{716,66C^2}=0,539;$$

$$\eta_{15}=\frac{0,48C\cdot 469,86C}{716,66C^2}=0,316;$$

$$\eta_{16}=\frac{0,26C\cdot 469,86C}{716,66C^2}=0,171;$$

$$\eta_{17}=\frac{0,12C\cdot 469,86C}{716,66C^2}=0,0768;$$

$$\eta_{18}=\frac{0,03C\cdot 469,86C}{716,66C^2}=0,0188.$$

Determinăm coeficientul dinamic:

$$\beta_1=\frac{1,5}{T_1}=\frac{1,5}{2,84}=0,529.$$

Deoarece nu se recomandă ca coeficientul dinamic să fie subunitar, luăm $\beta=1$. In acest caz valorile de calcul ale forțelor seismice sînt:

$$S_1=k_s\eta_1\beta Q_1=\frac{1}{10}1,67\cdot 1\cdot 52=8,67\ \text{tf};$$

$$S_2=k_s\eta_2\beta Q_2=\frac{1}{10}1,21\cdot 1\cdot 55,7=6,75\ \text{tf};$$

$$S_3=\frac{1}{10}0,846\cdot 1\cdot 62,3=5,24\ \text{tf};$$

$$S_4=\frac{1}{10}0,539\cdot 1\cdot 81,5=4,38\ \text{tf};$$

$$S_5=\frac{1}{10}0,316\cdot 1\cdot 89,9=2,83\ \text{tf};$$

$$S_6=\frac{1}{10}0,171\cdot 1\cdot 94,4=1,6\ \text{tf};$$

$$S_7=\frac{1}{10}0,0768\cdot 1\cdot 130,7=1\ \text{tf};$$

$$S_8=\frac{1}{10}0,0188\cdot 1\cdot 111,2=0,21\ \text{tf}.$$

Analog se calculează forțele seismice corespunzătoare formei a doua și a treia a oscilațiilor, care la rîndul lor corespund perioadei a doua și a treia a oscilațiilor proprii ale coșului. Rezultatele calculului sînt date în tabela 14.

Tabela 14

Nr. secțiunii	Greutatea porțiunii de șoc, t	Coeficient de seismicitate, k_s	Coeficientul dinamic β_i pentru forma oscilațiilor			Coeficientul de formă η_k pentru forma oscilațiilor			Forțele seismice S_k în tf, pentru forma oscilațiilor		
			Prima	A doua	A treia	Prima	A doua	A treia	Prima	A doua	A treia
1	52					1,67	−0,93	0,376	8,67	−11	9,4
2	55,7					1,21	−0,187	−0,255	6,75	− 2,36	− 6,82
3	62,3					0,846	0,387	−0,526	5,24	5,46	−15,7
4	81,5	$\frac{1}{10}$	1	2,27	4,8	0,539	0,663	−0,288	4,38	12,3	−11,2
5	89,9					0,316	0,635	0,218	2,83	12,95	9,4
6	94,4					0,171	0,444	0,558	1,6	9,5	25,3
7	130,7					0,0768	0,22	0,5	1	6,53	31,3
8	111,2					0,0188	0,0548	0,158	0,21	1,39	8,4

Semnul minus din expresiile lui S arată că aceste forțe sînt orientate în sens contrar.

Compararea valorilor forțelor seismice de calcul, care corespund oscilațiilor după prima, a doua și a treia formă, arată că pentru porțiunea de sus a coșului, cea mai periculoasă este forma a doua, iar pentru cea de jos — prima.

De aceea, la verificarea rezistenței secțiunilor coșului, este necesar să se țină seama atît de primul cît și de al doilea mod de încărcare (fiecare fiind luat separat).

In cazul de față la forma a treia a oscilațiilor proprii în nici o secțiune nu se nasc eforturi mai mari decît la prima și a doua formă a oscilațiilor și de aceea, în calculul de rezistență, forma a treia a oscilațiilor se neglijează.

EXEMPLUL 4. DETERMINAREA SARCINILOR SEISMICE LA O CLĂDIRE CU 5 NIVELURI PE SCHELET DE BETON ARMAT

Se cere să se determine sarcinile seismice la o clădire cu cinci niveluri în cazul unei seismicități de calcul de gradul 9.

Elementele de construcție portante principale ale clădirii — scheletul portant, planșeele și pereții — sînt din beton armat (fig. 20 și fig. 21).

Distribuția în plan și soluția constructivă a clădirii, așa cum se poate vedea din examinarea planurilor și secțiunilor, este destul de complicată și calculul pentru determinarea perioadelor oscilațiilor proprii este foarte laborios.

De aceea, în cazul de față este indicat ca valoarea lui η să se calculeze cu formula (6″); în acest caz $\beta=3$ iar forma oscilațiilor construcției este dată de ecuația (19).

In urma calculului elementelor de construcție și a sarcinii utile s-au obținut următoarele valori pentru forțele verticale, pe etaje, începînd de jos:

$$Q_1=455{,}13\ \text{tf};\quad Q_2=411{,}1\ \text{tf};\quad Q_3=449{,}45\ \text{tf};$$

$$Q_4=317{,}71\ \text{tf};\quad Q_5=156{,}35\ \text{tf}.$$

Determinarea forţelor seismice

Forţele seismice se calculează cu formula

$$S_k = k_s \beta \eta_k Q_k .$$

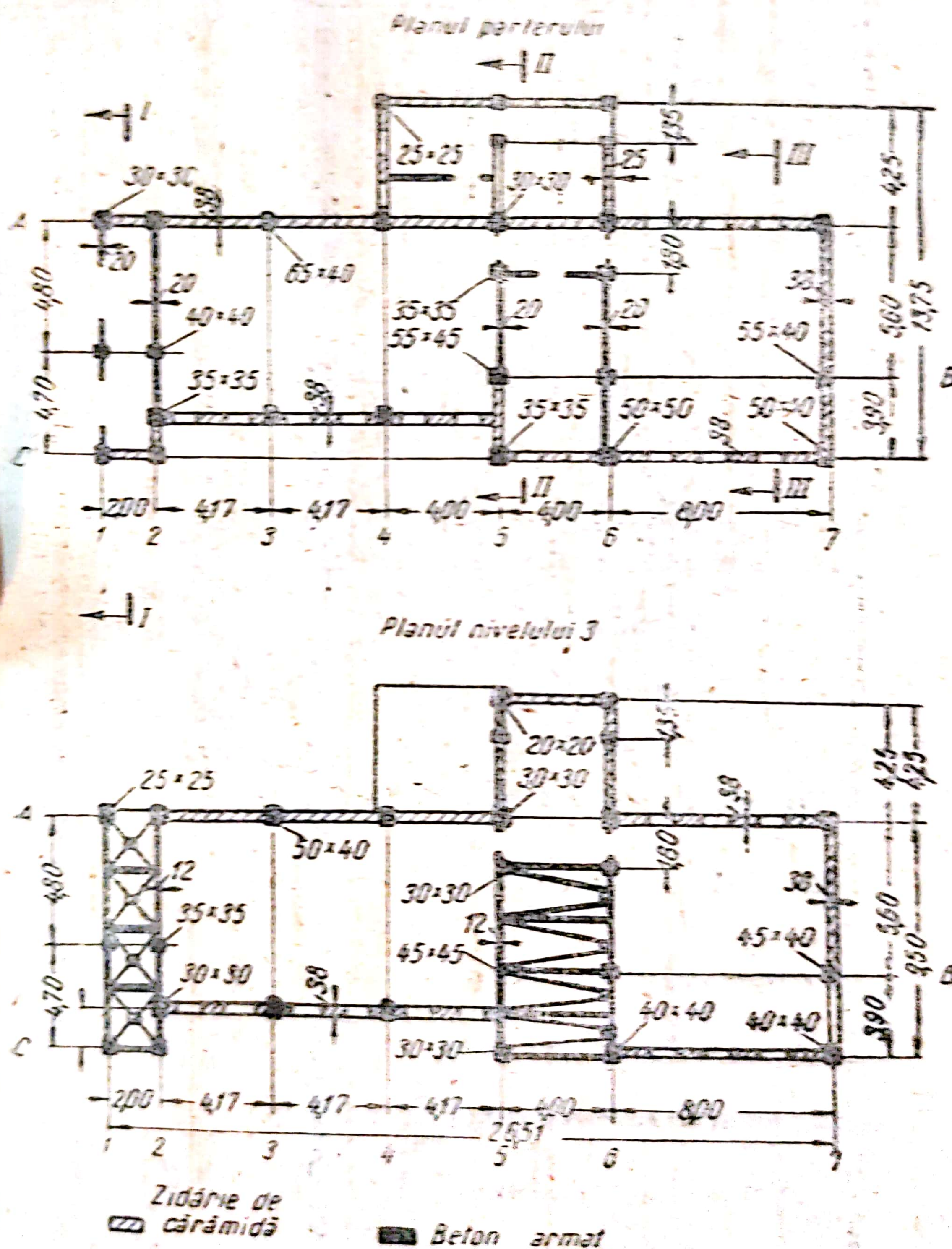


Fig. 20. Planul parterului şi nivelului 3, de la clădirea morii.

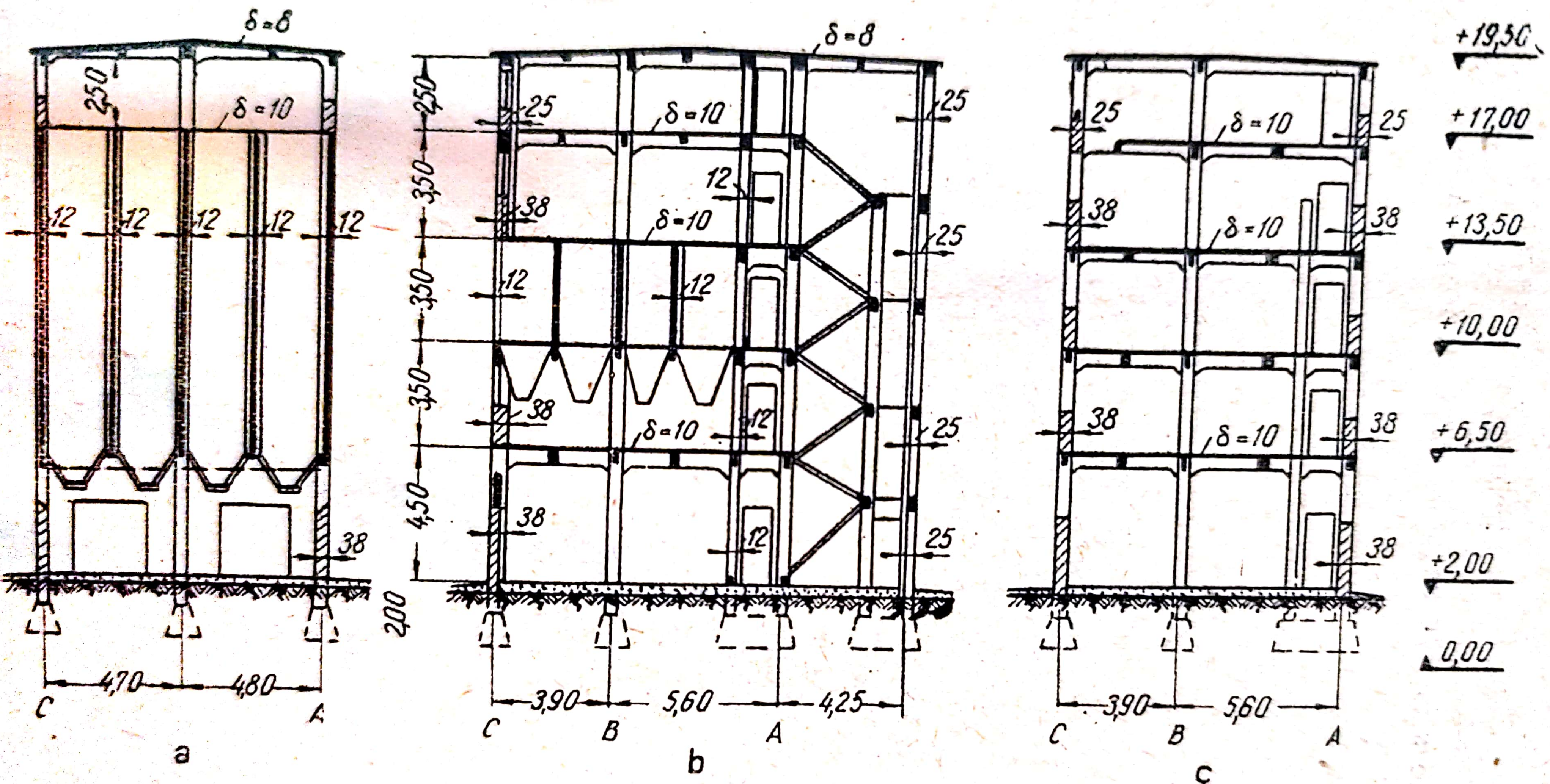


Fig. 21. Secțiuni prin clădirea morii.

a — secțiunea *I—I*; *b* — secțiunea *II—II*; *c* — secțiunea *III—III* (secțiunile *I*, *II* și *III* sînt arătate în fig. 20).

In cazul seismicităţii de calcul de gradul 9, $k_s = \frac{1}{10}$.

Coeficienţii de formă se calculează cu formula

$$\eta_k = \frac{x_k \sum_1^n Q_j x_j}{\sum_1^n Q_j x_j^2}$$

în care valorile sumelor sînt:

$$\sum_1^n Q_j x_j = 455{,}13 \cdot 4{,}5 + 411{,}1 \cdot 8 + 449{,}45 \cdot 11{,}5 + $$
$$+ 317{,}71 \cdot 15 + 156{,}35 \cdot 17{,}5 = 18\,020;$$

$$\sum_1^n Q_j x_j^2 = 455{,}13 \cdot 4{,}5^2 + 411{,}1 \cdot 8^2 + 449{,}45 \cdot 11{,}5^2 +$$
$$+ 317{,}71 \cdot 15^2 + 156{,}35 \cdot 17{,}5^2 = 214\,650;$$

$$\eta_1 = \frac{4{,}5 \cdot 18\,020}{214\,650} = 0{,}378; \qquad \eta_4 = \frac{15 \cdot 18\,020}{214\,650} = 1{,}26;$$

$$\eta_2 = \frac{8 \cdot 18\,020}{214\,650} = 0{,}672; \qquad \eta_5 = \frac{17{,}5 \cdot 18\,020}{214\,650} = 1{,}47.$$

$$\eta_3 = \frac{11{,}5 \cdot 18\,020}{214\,650} = 0{,}97;$$

Valorile forţelor seismice sînt:

$$S_1 = \frac{1}{10} 3 \cdot 0{,}378 \cdot 455{,}13 = 51{,}8 \text{ tf};$$

$$S_2 = \frac{1}{10} 3 \cdot 0{,}672 \cdot 411{,}1 = 83 \text{ tf};$$

$$S_3 = \frac{1}{10} 3 \cdot 0{,}97 \cdot 449{,}45 = 130 \text{ tf};$$

$$S_4 = \frac{1}{10} 3 \cdot 1{,}26 \cdot 317{,}71 = 120 \text{ tf};$$

$$S_5 = \frac{1}{10} 3 \cdot 1{,}47 \cdot 156{,}35 = 69 \text{ tf}.$$

Un calcul mai detaliat a arătat că în timpul oscilaţiilor clădirii într-un plan perpendicular pe axa longitudinală,

rolul principal îl are tasarea terenului de fundaţie şi nu deformaţiile elementelor de construcţie, deoarece deplasările datorite influenţei tasării terenului de fundaţie sînt de 22 ori mai mari decît deplasările din deformaţiile elementelor de construcţie. Aceasta justifică determinarea perioadei şi formei oscilaţiilor proprii ale clădirii, tratate ca un corp absolut rigid, cu ajutorul formulelor (18) şi (19).

Perioada oscilaţiilor proprii este $T = 0{,}208$ s, căreia conform diagramei din fig. 5 îi corespunde $\beta = 3$.

EXEMPLUL 5. DETERMINAREA SARCINILOR SEISMICE LA O CLĂDIRE DE LOCUIT CU TREI NIVELURI DIN ZIDĂRIE DE CĂRĂMIDĂ

Să se determine forţele seismice de calcul la o clădire de locuit cu trei niveluri, din zidărie de cărămidă, care se proiectează pentru o regiune cu seismicitatea de gradul 7. Planul, secţiunea şi schema de calcul a clădirii sînt arătate în fig. 22. Greutăţile elementelor de construcţie ale clădirii sînt următoarele:

zidăria $\gamma_z = 1{,}8$ t/m³;

pereţi despărţitori $\gamma_{pd} = 0{,}8$ t/m³;

planşee împreună cu pardoselile $q_p = 0{,}38$ t/m²;

planşeul de la pod împreună cu stratul de izolare termică, $q_{pod} = 0{,}42$ t/m²;

învelitoarea raportată la 1 m² de proiecţie orizontală $q_c = 0{,}045$ t/m².

Sarcina utilă normală a planşeelor clădirilor de locuit q^n este 150 kgf/m² şi conform normelor se înmulţeşte cu coeficientul 0,8.

Se determină greutăţile maselor care produc forţele seismice, presupunînd că masa întregii clădiri este concentrată la nivelurile planşeelor. In prealabil se calculează cîteva caracteristici:

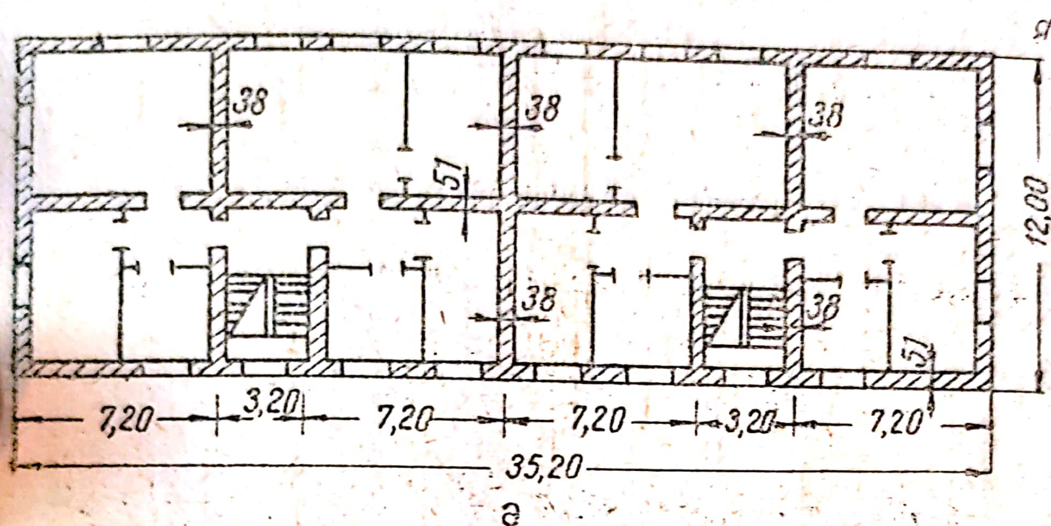
aria pereţilor în plan $A_p = 80{,}4$ m²;

aria pereţilor despărţitori în plan $A_{pd} = 4{,}71$ m²;

aria planşeelor (inclusiv casele scărilor)

$A_{pl}=A_{clăd}-A_p=35{,}2\cdot 12-80{,}4=342{,}1\ \text{m}^2$;

volumul golurilor din pereţi care revine la un etaj, $v_g=33{,}16\ \text{m}^3$.



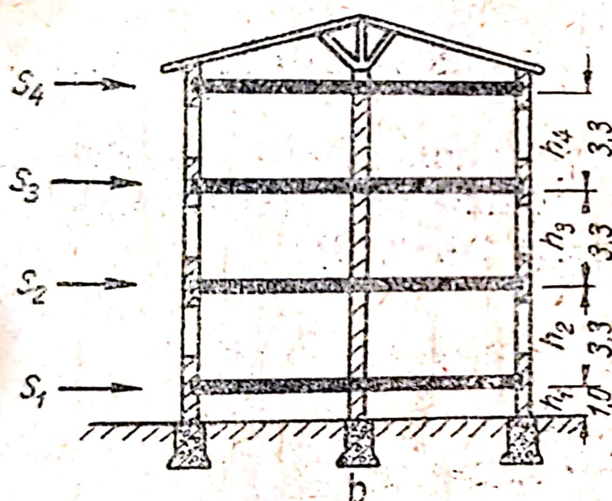


Fig. 22. Planul (*a*) şi secţiunea (*b*) a unei clădiri de locuit cu trei niveluri din zidărie de cărămidă.

Greutatea masei la nivelul pardoselii parterului:

$$Q_1=[A_p+2\,(35{,}2+12)\cdot 0{,}06]\,\frac{h_1}{2}\,\gamma_z+\left(A_p\cdot\frac{h^2}{2}-\frac{v_{gol}}{2}\right)\gamma_z+$$

$$+A_{pd}\,\frac{h_2}{2}\,\gamma_{pd}+A_{pl}\,(q_{pl}+0{,}8q^n)=$$

$$=[80{,}4+2\,(35{,}2+12)\,0{,}06]\cdot\frac{1}{2}\,1{,}8+\left(80{,}4\,\frac{3{,}3}{2}-\frac{33{,}16}{2}\right)1{,}8+$$

$$+4{,}71\,\frac{3{,}3}{2}\,0{,}8+342{,}1\cdot(0{,}38+0{,}8\cdot 0{,}15)=464{,}4\ \text{tf}.$$

Greutatea masei la nivelul planşeului de la nivelul întîi şi al doilea:

$$Q_2 = Q_3 = \left(A_p \frac{h_2 + h_3}{2} - v_g\right) \gamma_z + A_{pd} \frac{h_2 + h_3}{2} \gamma_{pd} +$$

$$+ A_{pl} (q_{pl} + 0{,}8q^n) = \left(80{,}4 \frac{3{,}3 + 3{,}3}{2} - 33{,}16\right) \cdot 1{,}8 +$$

$$+ 4{,}71 \cdot \frac{3{,}3 + 3{,}3}{2} 0{,}8 + 342{,}1 \ (0{,}38 + 0{,}8 \cdot 0{,}15) = 602{,}5 \text{ tf.}$$

Greutatea masei la nivelul planşeului de la pod:

$$Q_{pod} = \left[A_p \left(\frac{h_5}{2} + 0{,}6\right) - \frac{v_g}{2}\right] \gamma_z + A_{pd} \frac{h_5}{2} \gamma_{pd} +$$

$$+ A_{pl} q_{pod} + A_{clăd} q = \left[80{,}4 \left(\frac{3{,}3}{2} + 0{,}6\right) - \frac{33{,}16}{2}\right] 1{,}8 +$$

$$+ 4{,}71 \frac{3{,}3}{2} 0{,}8 + 342{,}1 \cdot 0{,}42 + 35{,}2 \cdot 12 \cdot 0{,}045 = 464{,}7 \text{ tf.}$$

Forţele seismice care acţionează la nivelul fiecărui planşeu se calculează cu formula (8″) (Pentru determinarea coeficienţilor $\beta\eta$ se foloseşte tabela 3):

$$S_1 = k_s \beta\eta Q_1 = \frac{1}{40} 1 \cdot 464{,}4 = 11{,}6 \text{ tf};$$

$$S_2 = \frac{1}{40} \cdot 1{,}9 \cdot 602{,}5 = 28{,}6 \text{ tf};$$

$$S_3 = \frac{1}{40} 3{,}3 \cdot 602{,}5 = 49{,}7 \text{ tf};$$

$$S_4 = \frac{1}{40} 3{,}8 \cdot 464{,}7 = 44{,}1 \text{ tf.}$$

TABLA DE MATERII

AU APĂRUT:

H. LEHR

EXEMPLE DE CALCUL PENTRU PROIECTAREA FUNDAȚIILOR

Nivel superior, 396 pagini, 283 figuri, lei 22



AL. GHEORGHIU

STATICA CONSTRUCȚIILOR vol. I

Nivel superior, 543 pagini, 337 figuri, lei 37,20



AL. NEGOIȚĂ

MATERIALE MODERNE ÎN CONSTRUCȚII

Nivel mediu, 284 pagini, 119 figuri, lei 8,60



I. GOTTFRIED

AZBOCIMENTUL ÎN CONSTRUCȚII

Nivel mediu, 152 pagini, 136 figuri, lei 4,15

